R

<36612001310013

<36612001310013

Bayer. Staatsbibliothek

Math. F. 514

Mathesis. Algebra specialis
238 b.

R

Versuch, der Einrichtung unseres Erkenntnisvermögens durch Algeber nachzuspüren.

(Durchgehends mit Rücksicht auf die Kantische Philosophie.)

Von
Chr. Ludw. Schübler.

— cum galea incedendum!

Dictum Socr.

Leipzig,
1788.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Ich mus sofort 3 Glossen über den Titel meines Buchs machen: 1) Unter Erkenntnis-Vermögen begreife ich Verstand und Sinnlichkeit, in dem Umfang der Bedeutung, in welchem Herr Prof. Kant, Herr Prof. Rheinhold, und die philosophischen Urteiler in der A. Lit. Z. seit schon etlichen Jahren dieses Wort genommen haben. 2) Wenn ich von Einrichtung des E. V. rede, verstehe ich formale Einr. Wem das Studium der Form nicht genügt, dem helfe, und für den schreibe, wer da kann! . . . Ich bin allzugut überzeugt, daß wir mit allem unserm Speculiren nimmermehr über die Form hinaus-kommen werden. . . . 3) Das Wort: Algeber, nehme ich in weitläuf. Bedeutung, so daß ich auch einen Theil ihrer Propädeutik selbst darunter ziehe. Daß ich aber in diesem Werkchen blos einfache Algeber benüzt habe, entscheidet nichts für die Zukunft, noch für tiefer-eingehende Behandlung im Verfolg. . . .

In der Einleitung konnte ich unter den Kantischen Gegnern Hrn H. Weishaupt noch nicht nennen, weil ich seine Zweifel erst nach meines Buchs Abdruck zu Gesicht bekommen habe. H. W. kann wohl unmöglich die 2te Ausg. der Kant. Krit. durchsehen haben. . . Ich ahnde in dieser Fehde viel Wort-Streit, obgleich einige Auseinandersezungen W. wahrhaftig-wichtiges Interesse in sich tragen.

Ueber den Inhalt meines Buchs übrigens selbst füge ich --- keine Glossen bei; nur ein paar beiläufige Wünsche an einige meiner Leser, mit welchen ich durch Veranlassung und Vermittlung dieses Werkchens etwa

in nähere Bekanntschaft kommen dürfte. Es kann wohl seyn, das ich mich hie und da in meinem Räsonnement geirrt hätte; ich bescheide mich gar wol, nicht fehlerfrei zu seyn, auch im Calkül, den ich in mehreren Zalen = Beispielen selber ausgesonnen habe, (unter andern namentl. §. 31 §. 35. u. 37. u. a. m.) kann ich mich verstosen haben. Zweifel und Belehrung sollen mir von jeder Seite her willkommen seyn. Vielleicht herrscht auch auf manchem Blatt Dunkelheit in Darstellung und Ausdruck, wo ich mit noch so präciser Deutlichkeit geschrieben zu haben wähne! — Ich halte mich zu Erläuterungen verpflichtet, wo sie nur mit einigem Grund verlangt werden können. . . Deshalb dann seze ich auch meine Addresse bei, und schäzte mich vorzüglich glücklich, wenn dieselbe mich in Correspondenz mit irgend einem Philosophen meines Vaterlandes führte, welcher Mathematik nicht blos mechanisch triebe, sondern das Interesse kennte, sie psychologisch zu behandeln. Von einem solchen Mann würde ich mir sonderlich seine Gedanken über die §§. 10. -- 22. sodann über §. 29 -- 31. ferner über den Schluß der 2ten Luc. §. 38 -- 40; wie auch der 3ten, §. 57. meines Werkchens, und über die 4te Luc. durchhin ausbitten. Vorzubauen habe ich gegen einen solchen wohl nicht nöthig, daß in einer Lucubration kein vollständiges System zu suchen sei.

Senator Schübler zu Heilbronn am Nekar.

Die bemerkte wenige Druckfehler bitte ich sehr, zu corrigiren, ehe man noch zur Lectüre der §§. selbst schreitet; sie sind durch ein besonderes Misgeschick gröstentheils bedeutend, und man könnte wohl Stunden lang vergebens über mancher Stelle sizen müssen, wenn man dieser meiner vorgängigen Warnung etwa nicht achtete. Gewiß trift hier, wie auch sonst öfters, der Spruch ein:

— Habent paruae commoda magna morae!

Inhalt.

Inhalt.

Einleitung. Seite 1 -- 17

Erste Lucubration. Propädeutik, oder Vorübungen zur Algeber. 1 -- 101

Kurzer Prodromus, über die Schwürigkeit beim ersten Eingang in diese Wissenschaft, und deren fesselnde Reize beim Fortgang. 18 -- 22

§. 1 -- 7. Ueber den Begriff der Gröse, und deren Behandlung, als Zal, durch Synthesis u. Analysis, in den 4 Species. 25 -- 38

§. 8, 9. Ueber Verhältnis, Proportion, und stetige Progression. 39 -- 48

§. 10 u. 11. Ueber das Verhältniß zwoer Grösen, die durch eine dritte verändert werden; und ihren Stand gegen einander vor und nach der Veränderung. 48 -- 60

§. 12. Ueber Versezung homologer Glieder in geom. Prop. 60, 61

§. 13. Ueber Gleichheit der äus. u. inn. Producte. 61 -- 63

§. 14. Ueber die Erforschung des 4ten Glieds jeder geom. Proport. 63 -- 65

§. 15 -- 17. Ueber mittl. Proport. Gröse, Wurzel und Quadrat. 66 -- 68

§. 17 -- 22. Von Brüchen. §. 17. 18. Fundamental-Vorstellungen in dieser Lehre. 69 -- 73

§. 19. Verwandte Acte des Verstandes in Bruchcalkül und in Division. 73 -- 78

§. 20. Reduction unter einerlei Benennung, bei Addition; ganz aus Kantischen Grundsäzen erläutert. 78 -- 87

§. 21. Desgleichen bei Division. 87 -- 90

§. 22. — und Mltcation. 90 -- 101

 Zweite

Zweite Lucubration. Einführung in Algeber selbst, mit Anmerkung auf Raum und Zeit.
§. 23. 24. Von dem Verfahren mit entgegengesezten Grösen. 102 -- 107

§. 25. Ausspähung einer einfachen versteckten Gröse in 6 verbergenden Lagen. 107 -- 112

§. 26. Förderung zu Verständlichkeit durch compendiöse Stellung. 112 -- 14

§. 27. Erforschung zwoer unbekannten Grösen. 114 -- 17

§. 28. Erstes algebr. Problem in einem Beispiel aus Raum und Zeit. 118 -- 26

§. 29 u. 30. Wichtige Folgerung daraus: Bestimmter Raum ist Zeit-Vorstellung. 126 -- 32

§. 31. Bestätigt durch Ausführung eines 2ten algebraischen Problems. 132 -- 37

§. 32. Ehrenrettung des Raums und der äusern Anschauung. 37. 38

§. 33. Zeit mit Zeit in specie verglichen, in einem 3ten algebr. Problem, in welchem ein Gelehrter über Leben und Tod versteckt wahrsagt. 138 -- 41

§. 34. Verallgemeinerung des vorigen Problems, mit einem 4ten Beispiel. Fragment einer Rede eines Mechanikers. 141 -- 44

§. 35. Schwereres Problem, (5tes über Raum und Zeit,) die Zusammenkunft zweier Körper (das Wo? und Wann?) zu bestimmen, die von verschiedenen Stellen, zu verschiedener Zeit, und mit verschiedner Geschwindigkeit auslaufen. 144 -- 51

§. 36. Anwendung (in einem 6ten Beispiel) auf den Lauf der Sonne und des Mondes. 151 -- 55

§. 37. Noch ein Problem, (7tes) in welchem 2 unbekannte Räume, und 3 unbekannte Zeiten erforscht werden. 151 -- 62

§. 38 -- 42. Commentar über die Verhältnis-Formeln, nach welchen Raum, Zeit, und Geschwindigkeit verglichen werden. Versuch durchgängiger Reduction auf Zeit. 162 -- 177

Dritte

Dritte Lucubration. Ueber die Categorie der Quantität, und die Construction geometr. Begriffe insbesondere. Seite 178 -- 235

§. 43. Zweckdienliche Auszüge aus Kants Schriften. 178 -- 84

§. 44. Zeit-Einheit, in allen Figuren, ihrer Gröse nach betrachtet. 184 -- 87

§. 45. Versinnlichung der 3 Categ. der Quant. durch Bezeichnung. 188

§. 46. Die Totaliät jeder Figur ist progressiv, und regressiv die nehmliche. Lage verändert nicht Gröse. 189 -- 93

§ 47. Anwendung hievon, in Betrachtung der Construction des Zirkels. Zeit-Einheit des Radius. 193 -- 96

§. 48. Zeit-Einheit bei jedem rechten Winkel. Zwang einstimmiger Erkenntniß. 196 -- 100

§. 49. 50. Jeder Winkel ist entweder unterbrochne Synthesis im Lauf zu einem Ganzen, (Anfang im Progressus); oder Complement zu einem Ganzen (Schluß einer progressiven Reihe) 200 -- 204

§. 51. Theorie der Paralelen, mit den nächsten Folgen, (kurz skizzirt) 204 -- 11

§. 52. Unzulänglichkeit, mit blosen Begriffen ohne Anschauung hierinn etwas auszumachen. 211 -- 12

§. 53. Jedes $\triangle = 2$ R; und jeder äus. W. = den 2 entgegenst Wink. im $\triangle$. 213. 14

§. 54. 55. Reduction ungleichartiger Krümmen, u. anderer Gestalten, auf gleichart. protensive Längen, bringt alles auf Vergleichung zweier Zeiten. 214 -- 23

§. 56. Von Quadraten und Paralelogrammen, derer synthetischer Vorstellung, und quantitativer Gleichheit. 223 -- 28

§. 57. Beleuchtung des gros. pythag. Theorems 229 -- 35

Vierte Lucubration. Ueber Continuität in Gröse, Zeit, und Empfindung. 235 -- 64

§. 58. Unterschied zwischen der mittl. proport. Gröse, und der vermittelnden Gröse in einem zusammengesezten Verhältnis. Seite 236--43
§. 59. Ueber die Haupt-Proportionen, die aus jeder rat. composita zu formiren möglich sind. 243--45
§. 60. Identität des Exponenten mp, das vermittelnde t mag seyn, was es will, --- progr. u. regressiv betrachtet. 245. 46
§. 61. Ueber die unendliche Theilbarkeit jeder Gröse, Zal und Zeit; und das hiemit connexe Princip der Continuität. 246--48
§. 62. Ueber die Mittelbarkeit aller menschl. Erkenntniß, und die Schicklichkeit der Formel $d : e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$ zum Ausdruck einer Fundamental-Vorstellung in der ganzen Aesthetik. 249--55
§. 63. Ueber Quantität in aller bestimmbaren Qualität; und der überall nothwendigen Reduction unter Gleichnamigkeit. 255--62
§. 64. Sinnlichkeit, der Zeit correspondirend. — Schluß-Resultate. 262--64

Errata.

S. 86. in der Note, anstatt: cd, (im 4ten Glied der Prop.) lies bd.

S. 112. lin. ult. anstatt: z. B. — bx lies: z. B. ax — bx.

S. 118. lin. penult. anstatt: (in n) lies: (in x)

S. 120 lin. penult. anstatt: in m :(in der 2ten Prop.) lies: in n.

S. 144. lin. 7. anstatt: 5 B lies: 5, für den Körper B.

S. 157. lin. 10. anstatt: 5 Grad lies: 8 Grad.

— ead. anstatt: 7 Min. lies 5 Min.

S. 170. lin. 5. anstatt: $\frac{c}{t}$ lies: $\frac{e}{t}$

S. 150. lin. penult. anstatt: g = 9. lies: g = 3.

S. 208. lin. 10. anstatt: b lies: o. (Ist in mehrern Exemplarien corrigirt.)

S. 232. lin. penult. statt: das lies: des. (Ist auch hie und da corrigirt.)

Ein-

Einleitung.

Ueber die verborgene, wo möglich, erste Gründe menschlicher Erkenntnis nachzudenken, der Quelle aller unsrer Empfindungen und Räsonnements nachzuforschen, ist gewiß kein uninteressantes und auch wol kein unedles Geschäft. Und doch giebt es Menschen genug, bei welchen man gleichsam die Stunden entschuldigen mus, worinn man sich, neben seinen Berufs-Geschäften, mit Meditationen und Nachforschungun der erwähnten Art abgiebt. „Der hohe und niedre Pöbel in Deutschland hält Philosoph und Grillenfänger für Synonyme"! schrieb jüngst ein

scharfsinniger Beobachter unsers Vaterlands. Zumal hat speculative Philosophie fast überall umher Spott zum Lohn. Die triftigsten Erinnerungen und Vorstellungen gegen diesen Spott, daß unsre alltägliche Urtheile im gemeinen Leben über Welt, Natur, Seele, Erscheinung, Täuschung, Grösse, Qualität, Verhältnis u. s. w. auch Anmaassungen speculativer Kenntnisse, und Excursionen in das Gebiet der Transcendental-Philosophie seyen, helfen nichts hiegegen. Man soll's beim Alten lassen, ohne weiter zu spähen, und, was unbekannte Alte uns vor-gedacht haben, dasselbe (imitando) getreulich nach-denken und ihnen nach-sprechen, und nach-glauben, d. i. nach-phantasiren, ohne sich weiters um die Gründe ihrer Gedanken, und Vorstellungen zu bekümmern. Alt-übertragene Speculation also, die ist recht und gültig, derselben bedient man sich selbst ohne Anstos, und ärgert sich nicht über die Speculanten der Vorwelt, die uns das Fideicommiß der Philosophie hinterlassen haben, sie durften schon damals etwas Neues zusammensetzen, versetzen, flicken, geben, und nehmen; es war damals,

damals war's erlaubt. Wir nehmen's an, und gebrauchens, wie's auf uns gekommen ist; Nur aber neuere Speculation ist ärgerlich, und unerträglich; Lassen soll man's bei dem Gefundenen antiker Herkunft!

Diese ächte Gesinnungen der Verkezerung werden auch bei Ansicht dieser Schrift nicht ausbleiben. Vielleicht öffentlich, vielleicht noch mehr verdeckt und hinterrücks wird mir Verdruß und Demüthigung bereitet werden. Es sey! Ich hasse Egoismus, sonst spräche ich sofort mehr von meiner Fassung dagegen.

Doch möge es mir erlaubt seyn, ein paar Blätter über die Hauptveranlassung, wodurch ich zu Herausgabe der folgenden Lucubrationen bewogen worden bin, zu füllen:

Schon seit einigen Jahren interessirte mich die Sensation über die Kantische Philosophie, welche ich in der gelehrten Welt warnahm; ich bemerkte folgenden sonderbaren Gang in deren Verbreitung:

Im Jahr 1781 hatte Herr Professor Kant in Königsberg seine Kritik der reinen Ver-

nunft herausgegeben. Das Werck wurde drei Jahre hindurch kaum genannt, und nur ohngefähr in vier gelehrten Zeit-Schriften recensirt. Der Ton der gefällten Urtheile machte wenig lüstern darnach, sonderlich waren die Aussprüche der Götting. gel. Zeitung der Aufnahme des Buchs gar nicht günstig. Herr Prof. Kant fand nicht für räthlich, die kalte Begegnung, welche man den tiefsinnigen Resultaten seines vieljährigen Forschungs-Fleises wiederfahren lies, mit Stillschweigen zu ertragen, sondern zeigte in einem neuern kleinen Werke, welches er Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik betitelte, und 1783 herausgab, daß man das, was er bezweckt und geleistet habe, bisher miskannt, oder seine Vorträge misverstanden, und nirgends widerlegt habe, daß seine Lehre über menschliche Sinnlichkeit, und Verstandes-Begränzung fest stehe, und er alle Akademien auffordern wolle, ihn fehlerhafter Schlüsse zu überzeugen.

Seine Gegner schwiegen. Die Recensenten-Urtheile über die Prolegomenen waren durchgängig in einem Ton abgefaßt, welchem man tiefe Ehrfurcht allerseits anmerkte. In den Dessauischen

schen Berichten der Buchhandlung der Gelehrten (Nr. 8 im J. 1784) wurde das Publicum laut aufgerufen, doch auf die erstaunlich wichtige Entdeckungen, welche wir Herrn Prof. Kant in der Philosophie zu danken hätten, aufmerksam zu seyn, und ausdrücklich beigefügt, sein System habe ganz apodiktische Gewißheit, und die Erkenntniß desselben sey eben so unumstößlich sicher, als die Erkenntniß der Mathematik. In eben dem Jahr 1784 trat ein sehr geübter Denker in der allg. Berl. Bibliothek auf, gestand, ohne sich in emphatischen Declamationen zu verirren, ein: Kant habe grosse Dinge von gar seltner Wichtigkeit entdeckt, habe die bisherige Metaphysik, wie vor ihm keiner, äusserst erschüttert, wo nicht gar gestürzt, und die Vorzeichnung eines Systems skizzirt, dessen Ausfertigung gewiß kein Gelehrter liefern könne, als — Er selbst; die Ruhe und Unthätigkeit der deutschen Philosophen über Kants bisherige grose Producte sey übrigens sehr befremdlich, und die hie und da darüber gefällte ungünstige Urtheile zeugten, von auffallender Unkunde, und Bequemlichkeit.

Noch in dem nehmlichen Jahr kam zu Leipzig eine ephemerische Schrift heraus: Der Kritiker, betittelt, in welcher Kant gerade zu für den ersten Denker in der Welt erklärt, und behauptet wurde, er habe durch seine philosophische Ausspähungen das Publicum mit einer neuen Welt bekannt gemacht, welche die Columbische unendlich übertreffe. — Der Lobredner war, wie man bald erfuhr, Herr S. Heinike, Director d. J. d. St. zu Leipzig, welcher von andern Anlässen her, als scharfer Beobachter der Natur des Menschen, schön längst rühmlich bekannt war.

Nun kam Herr Hofprediger Schulze, und suchte in einem Commentar über die Critik d. r. V., welche er 1785 herausgab, Kants Vorträge verständlicher, und für Gelehrte mehrerer Gattung empfänglicher zu machen. Kant hies selbst sein Unternehmen gut, schien ihm gar den Vorzug der Faßlichkeit für sich selbst einzuräumen, und — Herr P. Schulze war für sich, als vorzüglich feiner Denker, bekannt.

Die Mitarbeiter der A. Lit. Zeitung, im philosophischen Fach, trugen weiters, vereinigt, dazu bei, die Achtung zu verbreiten, die nun schon einmal Kanten allgemein zu Theil werden sollte. Sie empfahlen das Studium seiner Schriften, bei jedem Anlaß, *) und wenn Zweifel mit unter gegen einigen seiner Behauptungen vorgetragen wurden, wie z. B. im Decemb. 1785 bei Beurtheilung der neuen Logik und Metahpysik Hrn. Prof. Ulrichs zu Jena, so ersah man doch überall eine gewisse Stimmung der Ehrfurcht, welche auf eine ungeheuchelte Anerkenntnis grosser Verdienste schliessen lies, in der, wie es nun am Tag war, sehr verschiedene vielbedeutende Männer an sehr verschiedenen Orten unabgeredet zusammen stimmten. In den Ephemeriden der Menschheit behauptete ein Dessauischer Gelehrter: „Kants Moralphilosophie übertreffe, nach dem „neuen Testament, alle andre Bücher; und „nannte Kanten selbst den Tiefdenkend-Ersten

*) Namentlich auch bei Herausgabe seiner Metaphysik der Sitten im J. 1785.

„aller Tiefdenker.“ (S. Ephem. d. M. 1786. s. 483.) Ein Anonym von Bedeutung im gr. Ungeh. hieß ihn den Fürsten der Denker. Und endlich trugen auch Herr Prof. Ulrich in Jena, und Platner in Leipzig, wenn sie gleich hie und da dissentirten, zu Bestätigung einer Schäzung bei, die nun selbst durch einzelne Widersprüche — allgemeiner wurde.

Im Jahr 1786 gab Kant seine metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft heraus, und erklärte sich in der Vorrede dazu umständlich: „Wie er seine Lehren „noch bisher unwiderlegt sähe, und allerdings „wol gewafnet sey, einzelnen Vorwürfen stand„haft zu begegnen;“ — er lieferte auch desfalls so fort in gedrängter Kürze eine Probe, in der er, wie es scheint, sehr bestanden ist, weil bisher niemand es gewagt hat, bestimmt darauf zu antworten. — In dem gedachten Werke selbst sind Erörterungen durchgeführt, deren Präcision in Form und Inhalt keine andre Schrift irgend einer cultivirten Nation sich, wie es scheint, rühmen kann. — Auch blieben alle Gegner mit Widerlegungen aller-

wärts

wärts zurück, und noch sind auch nicht zwei Blätter dieses Werks nur angetastet worden.

In eben d. Jahr 1786 gab Herr M. Schmid zu Jena die Critik d. r. V. im Grundriß nebst einem angehängten Wörter=Buch über die Kantische Philosophie überhaupt heraus, und zeugte von neuem, daß die Aechtheit derselben auch bei grosser Prüfung bestehe.

Inzwischen entstand der berühmte Streit zwischen Jacobi und Mendelsohn, *) und er währte nicht lange, so berief man sich schon auf verschiedene evidente Erweisungen in der Kantischen Lehre als entscheidend. Kant erklärte sich auch selbst mitunter darüber in einigen Blättern der Berlin. Monatschrift, namentlich über die angebliche Demonstrationen der Existenz Gottes. Aber seine wiederhohlte

*) Es fiel Mendelsohn zu beschwerlich, erst in den lezten sehr kränklichen Jahren seines Lebens, Kants Philosophie durch-zustudiren. Doch nannte er ihn noch den Alles=zermalmenden!

Deductionen liefen allzu direct gegen alle alte Dogmatiker, als daß diese länger sich in furchtsamer Ruhe fortan hätten zurück halten sollen. Es entstanden Verkezerungs-Gerüchte, als verführte Kant zu gefährlichem Skepticismus gegen das Daseyn Gottes. Auf der Universität Marpurg siegte die Orthodoxie so weit, daß förmlich von der Regierung verbotten wurde, über seine Schriften Collegia zu lesen. *)

Ich bins nicht vermögend, alle Gährungen nach der Reihe aufzuzählen, welche weiterhin bis jezt erfolgt sind. Es kamen an vielen Orten unberufene Richter und Zweifler zum Vorschein, die den tiefsinnigen Forscher offenbar nicht verstanden, und — rund aburtheilten. Doch zeichneten sich einige seiner Gegner durch Bescheidenheit und Schärfe des Geistes zugleich aus, als:

Herr Professor Tiedemann zu Cassel,
Herr Professor Abel zu Stuttgart,

Der

*) Dieses Verbot wurde im Spätjahr 1787 wieder aufgehoben.

Der Rec. der Schulzischen Erläuterungen in der All. Berl. Bibliothek,
Herr H. R. u. Professor Feder zu Göttingen,
und Herr geh. R. Jacobi zu Düsseldorf.

Ihren Widerlegungen antwortete Kant grossentheils in einer neuen Ausgabe, welche er von seiner Critik der Vernunf in der Ostermesse 1787 veranstaltete. Nur ist zu bedauren, daß die Federische Abhandlung über Raum und Causalität, welche gerade in der nehmlichen Messe heraus kam, nicht einige Monate früher dem Königsberger Philosophen zu Gesicht gekommen ist. Er würde ihr zuverlässig einige besondere Blätter zu widmen, sich wohl gedrungen gefühlt haben. Feders Ansehn ist in dem deutschen Publicum zu bedeutend, als daß seine Gegensäze nicht viele Leser von der Kantischen Philosophie abtrünnig, oder Unbekannte schwürig gegen dieselbe hätte machen sollen. Auf der andern Seite aber, dünkt mich, würde so wol dieser behutsame Gelehrte, als auch Hr. Prof Abel zu Stuttgart, manche ihrer entweder unterdrückt, oder doch ganz anders geformt haben, wenn sie vor der Herausgabe

ausgabe ihrer Widerlegungen die neue Edition des Kantischen Werks zu Gesicht bekommen hätten. Denn die eingeschobenen Zusäze und Vermehrungen in derselben, verglichen mit den durchstrichenen Stellen, und der grossen Vorrede zu dem Ganzen, scheinen mir von sehr reichem Gehalt zu seyn, und zum Theil schon im voraus die Zweifel der gegenseitigen Schriften entweder unerheblich darzustellen, oder als Misverständnisse *) preis zu geben, hie und da auch wirklich, direct (als ob es in Vorahndung geschehen wäre,) zu refutiren.

Nach der Ostermesse 1787 ist mir wenig Neues zu Gesicht gekommen, das die Erörterungen über die vorliegende Widersprüche fortsezte; Aber dieses wenige ist doch sehr interessant.

Herr Prof. Cäsar in Leipzig und Herr Prof. Jacob in Halle haben in den neusten Abschnit-

*) Ich sage: zum Theile. Denn allerdings bleiben noch wichtige Zweifel unbeantwortet. Meine Verehrung gegen den Königsb. Philosophen soll mich nie gegen seine Gegner ungerecht machen.

schnitten der bekannten Denkwürdigkeiten aus der philosophischen Welt sich als sehr standhafter Vertheidiger des Kantischen Systems gezeigt.

In noch mehrere Hände aber kamen Briefe in Umlauf, welche der deutsche Merkur in den 8 bis 10 leztern Monaten enthielt, deren Haupt-Zweck darauf ausgeht, die Wichtigkeit der Aufschlüsse zu zeigen, welche wir blos Kants Erforschungen, über die menschliche Natur zu danken haben. Diese Briefe haben, (wie nun bekannt ist) einen Schwieger-Sohn des Herrn Hofrath Wielands, Hrn. G. Sekr. Reinhold zu Weimar, gegenwärtigen öffentlichen Lehrer zu Jena, zum Verfasser, und sind mit gedrängter Stärke, voll Warheit und Scharfsinn, und mit sonderlicher Kenntnis der griechischen Literatur geschrieben, so daß ich namentlich in der leztern Rücksicht kaum einen Gelehrten Deutschlands mit diesem Manne zu vergleichen wüßte. —

— — Ich sah in meiner kleinen (von speculativer Philosophie ziemlich entfernten) Sphäre

diesen

diesen samtlichen angeführten Gährungen und Dissidien, einige Jahre hindurch mit Aufmerksamkeit zu, und mein Schicksal wollte es, daß sie immer für mich anziehender werden sollten. Alles Nachdenken über das Wesen der Seele, über Freiheit und Willkühr, über Unsterblichkeit, und über des Menschen Verhältnisse zu Gott und dessen Existenz selbst, führte mich auf Kants Erörterungen zurück; — Ich habe mich dieses Nachdenkens nie entschlagen können; und wenn dieß Schwäche bei einigen meiner Zeitgenossen heissen mag, so bekenne ich mich derselben schuldig. So gerieth ich aber nach und nach tiefer in das Studium der Kantischen Schriften hinein, als ich mir's je absichtlich vorgenommen hatte.

Eine Ideen-Association führt auf die andere; wer ist der Folgen seiner Gedanken-Reihen auf drei Wochen hinaus mächtig? — Mehrere Stellen in Kants Schriften, die ich mit dazu gehörigen Aeusserungen seiner Freunde und Gegner zusammen hielte, brachten mich auf den Gedanken: Die gerühmte apodiktische Gewißheit der meisten, (wo nicht gar aller) wesentli-

sentlichen Behauptungen dieses Systems, besonders in der transcendentalen Aesthetik und Analytik, müßten sich wohl durch Algeber bewähren lassen, und die angebliche Evidenz der Haupt-Lehrsäze in den genannten Analysen möchten am sichersten gegen alle künftige Zweifel ins reinste Licht gestellt werden, wenn sie, durch algebraische Vorstellungs-Art fixirt, in der Probe des dabei anzuwendenden allgemeingültigen Calküls beständen. Wer weis, fiel mir weiter ein, ob nicht unzäligen Logomachien durch die dabei vorkommende fixirte Bezeichnungen — in mehrern Bezirken der speculativen Philosophie nach und nach ein glückliches Ende gemacht werden könnte? — Ich legte Hand ans Werk, und meine Versuche schienen mir, wenn gleich nicht überall, doch in verschiedenen bedeutenden Hinsichten zu gelingen.

Meine erste Beschäftigung gieng darauf aus: Kants Gedanken über Mathematik überhaupt aus allen seinen Schriften zusammen zu lesen, und neben einander zu stellen, um sonderlich seine Cardinal-Behauptung:

„Daß

„ Daß alle mathematische Erkenntnis nicht
„ aus Begriffen, sondern jederzeit nur
„ durch die Construction der Begriffe vor
„ sich gehe; und die nächsten Folgerun-
„ gen daraus

in das reinste Licht zu sezen. Wie weit mir dieses geglückt ist, hievon mag die unten folgende Lucubration für sich selbst zeugen, welche zugleich einen Commentar über die erste Rubrik der sogenannten

Reinen physiologischen Tafel allgemeiner
Grundsäze der Natur-Wissenschaft,

oder über das Princip der Axiomen der Anschauung (welches heißt: Alle Anschauungen sich extensive Grösen) involviren wird. Es hat mir bisher geschienen, daß Kants Gegner und Freunde bei diesem Süjet immer länger hätten verweilen, und sich darüber genauer verständigen sollen, als geschehen ist. Die Uebereinkunft bei dieser Doctrin wäre, meines Erachtens, entscheidend! Freilich sind manche Untersuchungen darinn, wegen Trockenheit, zurückschreckend. Aber Streben nach Warheit unterzieht sich wohl auch widrigern Verhandlungen, und scheut dornichte Wege nicht, um

zu den Gefilden des Friedens, (d. h. der Evidenz!) zu gelangen.

Wie viel hiezu in dem, was ich Propädeutik zur Algeber nenne, vorgearbeitet sey, bleibe unbefangenen Urtheilern zu ermessen anheim gegeben. Ich hoffe nicht, daß jemand, durch die unmoderne Rubriken mehrerer Paragraphen verführt, die Contenta derselben selbst als alltägliche, uninteressante Recocta ohne Prüfung verdammen werde.

Der Zweck meiner Arbeit erlaubte mir nicht, blos remissiv zu handeln, d. h. blos mit Beziehung auf Paragraphen zerstreuter Compendien mich zu begnügen, wann ich auf bekannte auch längst erwiesene Säze gerieth. Ich muste sie, meiner Absicht gemäs, psychologisch durchzuspähen suchen, und auf die daraus speciell-resultirende Darstellungs-Art mein Augenmerk richten. —

Weiter will ich nichts beisezen, so viel ich auch noch Anlaß hätte, durch vorläufige Erinnerungen besorglichen Misdeutungen meiner Intention vorzubeugen.

Avaritia quædam est, omnia loqui velle! sagte der weise Philemon.

Erste Lucubration.

Propädeutik
oder
Vorübungen zur Algeber.

Vergebens sträubt man sich gegen den Buchstaben-Calkül in Mathematik. Alle Ausflüchte sind umsonst, wir müssen uns an denselben gewöhnen, oder gar alle Hoffnung aufgeben, auch nur auch ein einziges Produkt der einsichtigsten Denker, welche seit 100 und mehr Jahren in diesem Fach irgend etwas groses geleistet haben, — zu verstehen. Wer keinen Trieb hiezu fühlt, wem es ganz gleichgültig ist, was die grösten Köpfe in der Welt erforscht haben, und auf welchem Weg sie dazu gelangt sind, oder wer wegen vieler Berufs-Geschäfte keine Zeit mehr übrig zu haben

den glaubt, den Mechanismus in mathematischer Symbolik sich eigen zu machen; — mit dem bin ich freilich weit entfernt, ein strittiges Wort zu verlieren. Wer aber Mathematik schäzt, einzelne Theile derselben, würklich mit Ernst cultivirt, auch Untergebene, Angehörige, etwa Kinder oder Mündlinge, dazu anhält, und in Unterweisung giebt, und sie doch mit Erlernung des Buchstabens-Calküls verschont wissen will, — mit dem werde ich niemals eins seyn können, so gros auch meine Hochachtung übrigens in andern Rücksichten gegen ihn fortan seyn und bleiben mag; und ich bin überzeugt, daß meine Gründe gegen seine Meinung auf unerschütterlichen Säzen beruhen.

—„Jemand nach dem jezigen Zustande „der Wissenschaften, zur Anwendung der Re„chenkunst, (oder gar noch andrer mathemati„schen Lehren,) auf weitläuftige und verwi„ckelte Untersuchungen führen, (schrieb Hr. „Hofrath Köstner erst neuerlich,) und ihn „doch mit Buchstaben-Rechnung verschonen, „ist so viel als jemanden in der Musik un„terrichten, und ihm die Erlernung der Noten

 „erspa-

„ ersparen. Bisher sind die Musik-Lehrer
„ nicht so nachgebend gewesen, sie fordern von
„ jedem Mädchen oder Knaben, die musikali-
„ sche Schrift zu lernen, die doch

„ NB. NB. mehr zusammengesezt, ma-
„ nichfaltiger, willkührlicher, und schwe-
„ rer ist,

„ als die mathematische. Und die Mädchen
„ und Knaben lernen nun das, um sich und
„ andern Ergözung zu verschaffen!“ —
—„ Wer aber die neuern Kunstgriffe des
„ algebr. Calküls etwa darum nicht lernen
„ wollte, weil es Zeiten gab, wo man ohne
„ sie zu rechte kam, den würde ich erinnern,
„ daß die Römer ohne Steigbügel aufs Pferd
„ zu kommen wußten, daß aber jezt schwer-
„ lich jemand Hoffnung giebt, ein mittelmäsi-
„ ger Reuter zu werden, der zu träg oder zu
„ ohnmächtig wäre, den Fuß in den Steig-
„ bügel zu erheben.“

Wer möchte wohl vermögend seyn, eine Widerlegung dieser so bündig vorgetragenen Beherzigungen zu unternehmen!

Aber

Aber bei alledem ists wahr: der Eingang in die Gebiete der Mathematik ist unangenehm. Die Vorübungen zu der Initiation in ihre Heiligthümer sind lästig, sehr beschwerlich, ärgerlich-widrig, langweilig, recht sehr fatal, und wenn man noch mehrere Epitheta des Verdrusses beifügen mag, so will ich solche auch zu- und drein-geben. — Aber warlich! diese Beschwerlichkeit, diese Aergerlichkeit über den schleppenden Verzug des Geschäfts, hält nicht lange an, und der Lohn dafür ist gros, und unübersehlich-kostbar, so bald einige Wochen überstanden sind, und auch nur kleiner Grund und Boden in dem neuen Reich errungen ist. Ich habe viele Arten von Vergnügungen in der Welt kennen gelernt, delibirt und gekostet, viele sinnliche, viele intellectuelle, in gar manchen schönen Fächern alter und neuer Literatur; — und nirgends die Anzüglichkeit des Reizes, die anhaltend-steigende Unersättlichkeit, und doch dabei immer mit unter — die süsse Belohnung in Empfindung, in Genuß der Warheit, in Freude über Evidenz, davon getragen, nirgends, wie in Algeber, Verdruß und Sorgen der

Welt fliehen bei ihr, aller Feindschaft und Zwietracht wird vergessen, keine niedrige Begierde naht sich der Seele, — unbegreiflich-schnell und doch in unaussprechlicher Sanftheit fliesen die Stunden dahin, die dieser zauberischen Kunst gewidmet werden. Wer mit ihr vertraut ist, hat die nächste Ansprache zu jeder Scienz, sie liege noch so hoch, oder so tief verborgen, als sie immer wolle. Algeber führt auf Geheimnisse, deren Entdeckung dem gemeinen Menschen-Sinn unglaublich scheint; und kann noch Aufschlüsse veranlassen, deren Erwartung ganz über die Sphäre unsrer gegenwärtigen Begriffe liegt. Algeber ist eine königliche Kunst, und würklich unvergleichbar, — auch ohne Emphase gesprochen!

Doch wir gehen nun zu ihr selbst über, und versuchen es einmal, vorzuraumen, was ihr im Grund liegt; Aber wiederholt sey es gesagt: „Nur, was zu unserm Zweck dient, sollen „die folgende Blättern zu höherem Nuzen und „Frommen enthalten."

§. 1.

§. 1.

Gröse heißt, was einer Vermehrung und Vermindrung fähig ist. So sprechen Crousaz, Euler und Kästner, und mit ihnen unzälige.

Kants Erklärung ist mehr genetisch, und dringt in soferne tiefer. Er sagt: der Begriff einer Gröse ist

„der Begriff von der Erzeugung der Vor-
„stellung eines Gegenstands durch Zu-
„sammensezung des Gleichartigen.“

Kürzer läßt sich also sezen: Gröse ist Vielheit des Gleichartigen, synthetisch-verknüpft. — Synthesis mus also immer dabei wesentlich voraus gesezt werden, alsdenn kan Analysis immer eintreten, und decomponiren.

Gröse ist ein reiner Verstands-Begriff. Zahl versinnlicht denselben, oder, Zahl ist das reine Schema der Gröse; oder, ist Gröse als Phänomenon. Numerus est quantitas Phænomenon!

Man kan einen auch über Gröse, was sie im Grund sey? — zu viel fragen. Denn, wie ein Ding mit vielen zusammen, einerlei, d. h. eine Gröse sey, ist aus blosen Notionen oder Verstandes-Begriffen nicht weiter zu erläutern möglich. Die Anschauung mus zu Hülfe kommen, sinnliche Vorstellung mus ein Object geben, als wirklich oder möglich, wodurch die Gedanken-Form oder Categorie der Quantität erst zur Erkenntniß wird.

Hier ist die Grenze des menschlichen Verstandes, über diese ist noch niemand hinausgeschritten; hier mus die Speculation aller Philosophen umkehren und kehrt auch um, merklich oder unmerklich, freiwillig oder gezwungen. Hier ist mehr als Scylla und Charybdis, eine Fels-Klippe, die niemand umschifft, ob wir gleich alle gern wissen möchten, was darhinter ist! Wann werden wir den Felsen durchschauen? Wer weis, ob nur irgendeinmal? . . . . . . Ich rede von sterblichen Menschen, die einmal nicht anders, als in einer gewissen Form, durch Categorien, denken können. —

§. 2.

§. 2.

Zählen — ist ohne die gedachte Synthesis Nonsens; Addiren — ebenfalls. Addition ist selbst blos Synthesis. Ihr charakteristisches Zeichen, ist: ✠. (Plus)

Die lateinischen Benennungen der 4 Species klingen in philosophischem Räsonnement freilich schulmeisterisch, aber wir können ihrer ohne Verwirrung dennoch nicht wol mehr entrathen. Herr Michelsen, einer der modernesten Lehrer in Mathematik, wünscht folgende Vorstellungs-Art eingeführt zu sehen:

Man verändert entweder Zalen durch einander, oder nach einander.

Durcheinander — dieses führt auf ihre Vereinigung, (durch den Act der Addition) oder auf die Bestimmung ihres Unterschieds (durch Subtraction.)

Nacheinander — oder nach einer andern wird eine Zal verändert, je nachdem ein Vielfaches, (durch den Act der Mltiplication) oder ein Theil, oder ein Vielfaches desselben Theils gefunden wird. (Durch Division, nehmlich und Bruch-Rechnung.)

Anzeigerin heist ihm die Zal, mit welcher multiplicirt wird, d. i. der untre Factor, oder der Multiplicator. — Also auch der Divisor; denn er zeigt an, wie oft der Quotient zu nehmen sey, um den Dividend, so viel möglich, auszufüllen; oder, wenn man will, auch umgewandt, ist die Zal des Quotienten — Anzeigerin. Meines Bedünkens läßt sich am füglichsten bei Multiplication und bei Division die kleinste Zal Anzeigerin benennen, sie sey nun Multiplicand, oder Multiplicator, Divisor oder Quotient.

Uns mus, der Folgen wegen, sonderlich nächststehende Vorstellungs-weise beschäftigen:

Synthesis ist in Addition
in Multiplication
in Erhöhung zu Potenzen

Analysis ist in Subtraction
in Division
in Brüchen überhaupt.

Wenn die Synthesis bekannt ist, ist die Analysis leicht, ja ohnfehlbar. Tausendmal unterfangen sich die Menschen, an die leztere

zu

zu gehen, ehe sie die erstere kennen, oder hinlänglich berichtiget haben. Daher unsägliche Schwierigkeit, Dunkelheit, verzweiflungs-volle Mühe, ohne Auskunft!

§. 3.

Addiren heißt: zusammen stellen, verknüpfen, gleichartiges an einander reihen; dies geschieht

durch Zalen, 3 + 5, als bestimmte Grösen; oder durch Zeichen unbestimmter Grösen, b + m.

In den Zalen wissen wir, wie viele Einheiten mit der Chiffre 3 gemeint seyen? ganz bestimmt.

Im allgemeinen Zeichen bleibt dies unausgemacht, und gleichsam dahin gestellt bis zu seiner Zeit, oder b kann 3 Einheiten enthalten, es kann auch 3000, oder 40, oder 72, oder gar nur ein Fragment einer ganzen Einheit enthalten, und vorstellen sollen. — Das bleibt unbestimmt, bis es im Schuß-Resultat eines jeden algebraischen Problems an den

Tag

Tag kommt. Alsdann wird die unbekannte, unbestimmte, Anfängern so ärgerliche Gröse b oder m allerdings bestimmt, und mit Zal-Zeichen unterlegt, so daß gar keine freie Wahl sodann mehr übrig bleibt, wie mans nehmen, oder wofür mans ansehen will.

Wenn man aber blos den Mechanismus durch die 4 Speices lernt, wie mit a + b und b + m zu verfahren ist, so geht man gar nicht darauf aus, Zal-Bestimmungen in concreto zu finden. Das will Anhängern oft gar nicht in den Kopf! —

Die Gröse, die zu einer andern gesezt wird, braucht der erstern nicht gleich seyn, kann es aber wohl seyn. Z. B. 4 + 4 ist 8. b + b ist 2b.

Anstatt des Wörtchens: ist, sezt man das Zeichen der Gleichung:

= also: 4 + 4 = 8
oder b + b = 2b.

Sind die Grösen ungleich, so heißt es etwa so: 4 + 5 = 9 oder a + c = n

Die

Die Zahl 8 heißt die Summe, so auch 9. Desgleichen im allgemeinen: 2b, und darauf: n ebenfalls. Jede Summe ist Zusammenfassung in synthetischer Einheit, und jede Zahl kann als Summe betrachtet werden.

Multipliciren heißt: eine gegebene Gröse zu wiederholten malen zu sich selbst hinzufügen. Wie oft die Wiederholung ihres Satzes zu nehmen sey? ist ungleich, und wird durch den sogenannten Multiplicator bestimmt; so viel dieser Einheiten hat, so vielmal wird die Synthesis der gegebenen Gröse, (der Multiplicand,) gleichsam erneuert-gesezt, auf sich selbst gelegt, und colligirt ausgesprochen. Bei Erhöhung zur Potenz des Quadrats sind die beeden Factoren ganz gleich. Davon weiter unten.

§. 4.

Analysis ist — in Subtraction und Division zu Hause. Jeder Abzug veranlaßt Unterschied. Die Bestimmung des Unterschieds heißt die Gröse der Differenz.

Sie

Sie ist nicht gedenkbar, ohne eine Auflösung einer zusammen gefaßten Summe sich vorzustellen, ohne eine Synthesis zu decomponiren. Wie weit sie (abwärts) decomponirt wird, besagt der Rest, oder der Subtrahend; einer oder der andre verräth die Gröse des Abzugs; und beede wieder synthetisch zusammen geknüpft, stellen die unverminderte Gröse für sich dar. Diese heise a. Ist $a - b = d$, so ist auch $b + d = a$.

Division ist wiederholter Abzug mit Anzeige der Wiederholung, ein Raub, unternommen, so oft er nur angeht; der Divisor bestimmt die Vielheit des Abzugs. Der Dividend verhält sich leidend; er wird in Maase abgetheilt, und giebt davon ab, was er vermag. Um dies deutlich zu machen, mus man diese Lehre mit den Entwicklungen des Multiplications-Actus zugleich vortragen.

§. 5.

Das Zeichen der Multiplication ist: $\times$, auch oft blos ein Punkt zwischen den zween Factoren, und bei Buchstaben wird auch dieser

Punct

Punct meistens unterlassen. $a \times b$ ist $= a . b =$ ab; in Zalen etwa $3 \times 20 = 3 . 20$ $(=60)$

Bei Zal-Ziffern *sieht* man im Product nichts mehr von den 2 Factoren in Bezeichnung, *hört* auch meistens nichts mehr von ihnen in Ton und Aussprache; wie eben das Product 60 beweißt. Bei allgemeinen Zeichen bleiben im Product die 2 Factoren, die es erzeugten, ihre symbolische Synthesis deutet das Vorhanden-seyn des Products selbst an, und seine Bezeichnung trägt jedesmal zugleich genetische Erklärung in sich selbst; $a \times b = ab$ heißt: b synthetisch so oft genommen, als a gros ist, oder Einheiten enthält, oder umgekehrt, und ab ist zugleich Zusammenstellung der 2 Factoren, und Product.

Was der Verstand des Menschen verbunden hat, kann er auch wieder trennen, *) was er erhöht hat, auch wieder erniedrigen. Dieß geht vor

in *Division*, wann das Product zum *Dividenden* wird. Jedes Produkt kann

in

*) S. Kants Crit. §. 15. S. 133. N. Ausg.

in den Fall kommen. Da beginnt dann der Act des Verstandes, in welchem er wieder wegnimmt, was er gegeben hat, oder doch als eine (mögliche) *) Synthesin von ihm selbst ansehen mag. Z. B. das Product b, so oft wiederholt, als a angiebt, steht synthetisch-konstruirt vor ihm da, es soll wieder destruirt werden. Die Decomposition geht vor sich; eben so tief soll das Quantum erniedriget werden, als es erhöht ward; a giebt auch da an

*) Zalen-Rechner wollen freilich gewöhnlich nichts von auseinander gesezter Synthesis wissen; aber die verschiedene genetische Zusammensezung jeder Zal, die als Product in Betracht kommen kann, spricht gegen ihr Benehmen, und für die algeb. Methode z. B. 60 kann entstanden seyn, als 4 × 15, als 3 × 20, als 6 × 10. Wer mag aber die jedesmalige Synthesis der Zal 60 selbst ansehen? und doch ists oft sehr interessant, diese Synthesis genau zu wissen. Bei allgemeinen Zeichen giebt die fixirte Bezeichnung mit 2. und mehr Factoren hierüber jedesmal anschaulichen Aufschluß. Das ist gar nicht abzuläugnen! —

an, wie viel mal die Gröse ab geschwächt werden soll. Das nakte b mus bleiben. Die symbolische Bezeichnung dazu ist: $\frac{ab}{a}$ oder ab: a, welche Division andeutet. Was über dem Strich steht, heißt Dividend, was unter ihm: Divisor; und der Quotient ist: $b = \frac{ab}{a}$. Damit wird der Saz klar: Jeder Factor, als Divisor (unter beede F.) angenommen, wirft den andern, als Quotienten, aus: $\frac{3 \times 4}{3} = 4$. Die Genesis des Products, oder die Vorstellung von dessen Erzeugung, nöthigt uns zu Anerkennung dieses Resultats; a bestimmt ja das Maas der Zertrümmrung von ab offenbar; es soll ein Abzug von ab geschehen, a mal, d. i. so viel mal, als b erhöht steht; so mus ja b allein noch bleiben. Identität des Bewußtseyns dringt uns hiezu; ein Gedanke! Recognition der Synthesis vollendet gleichsam den Act der Division, und Einheit der Apperception leistet für ihn sichre Gewähr.

Nun weiter! Das nehmliche Verfahren aus den nehmlichen Gründen hat statt, wenn mit zwei und mehrern Grösen, als wenn blos mit einer dividirt wird. Z. B.

$$\frac{MA}{MB} = \frac{A}{B} \text{ oder } \frac{cgno}{gm} = \frac{cno}{m}$$

Dieses Ausstreichen oder Weglassen einzelner Buchstaben im Dividenden und Divisor aber findet nicht statt, so wie überhaupt gar der wirkliche Act der Division nicht, wenn der Buchstabe des Divisors in den Buchstaben des Dividenden gar nicht enthalten ist. Z. B. BC sollte durch A dividirt werden, so deutet man blos die an sich nicht thunliche Division durch ein Zeichen, oder durch den gewöhnlichen Strich an, nehmlich: $\frac{BC}{A}$ oder BC : A. Es ist aber wohl zu merken, daß in Buchstaben-Rechnung dergleichen Bezeichnungen, als Quotienten, und unter diesem Namen unsäglich oft vorkommen, gleich als ob der Act der Division würklich vollstreckt worden wäre. Z. B. $\frac{x}{y}$ ist Vorstellung des Quotienten in jedem Fall, die Division mag actu vollbracht seyn, oder nicht.

§. 6.

§. 6.

Ganz etwas anders aber ist es, A in AB zu dividiren, als, wenn die Aufgabe heißt: A in A + B oder $\frac{A + B}{A}$ od. A + B : A.

Hier mus abermal ein Quotient herauskommen, dessen Richtigkeit daran erkannt wird, wenn er mit dem Divisor A multiplicirt, den Dividenden A + B wiederum auswirkt. Folglich kann der Quotient weder A noch B allein heisen, sondern:

$$\frac{A + B}{A} = 1 + \frac{B}{A}$$

Dann $\left(1 + \frac{B}{A}\right) \times A$, giebt das Product: (da $1 \times A = A$ ist,) $= A + \frac{AB}{A}$

d. i. $= A + B$.

Eigentlich ist die ganze Aufgabe die Forderung zwoer Divisionen.

Hievon kann man sich auch so überzeugen: Das gegebene $\frac{A + B}{A}$ ist so viel, als $\frac{A + B}{A + A}$, so wie etwa in Zalen $\frac{3 + 12}{3}$ (d. i. $\frac{15}{3}$) so viel ist, als $\frac{3 + 12}{3 + 3}$.

Nun ist aber $\frac{A}{A}$ doch zuverläßig jedesmal nicht mehr, als 1, so wie $\frac{3}{3}$, oder jeder Bruch, der einerlei Nenner und Zäler hat, nur Eins ist: Folglich ist auch $\frac{A}{A} + \frac{B}{A}$ so viel, $1 + \frac{B}{A}$.

Demnach auch das Aequivalent des erstern Sazes: d. h.

$$\frac{A + B}{A} = 1 + \frac{B}{A}$$

In Zalen: $\frac{3}{3} + \frac{12}{3}$ ist $= 1 + \frac{12}{3}$,

also auch: $\frac{3 + 12}{3} = 1 + \frac{12}{3}$ d. h. $(1 + 4)$ oder $= 5$.

Ich

Ich enthalte mich hier übrigens geflissentlich der weitern Erörterung, über entgegen-gesezte Vorzeichen + und —, und dem Benehmen dabei in verschiedenen Verhältnissen. Weiter unten wird das Erforderliche darüber vorkommen. Sofort aber mus ich doch noch einige Zeilen über die Division, wenn der Divisor so gros ist, als der Dividend ist, beifügen, wenn $\frac{A}{A}$ oder $\frac{16}{16}$ u. d. m. vorkommt.

§. 7.

In diesem Fall nehmlich wird der Begriff der Division als wiederholte Subtraction etwas beschwerlich, und trift selbst, je nachdem man das Resultat des Acts ansieht, nicht zu. Denn z. B. 16 just 16 mal genommen, oder so viel mal abgezogen, läßt nichts übrig und scheint = 0 oder Zero und nicht = 1 zu seyn, wie doch $\frac{16}{16} = 1$ und so auch $\frac{A}{A} = 1$ immer gesezt wird. Hierauf ist folgendes zu erwiedern: Allerdings ist die Möglichkeit des Abzugs bis zu 0 denkbar. Allein da man in Division wesentlich auf die Anzeige ausgeht, wie viel mal der Divisor in dem Di-

videnden enthalten ist, d. i. auf den Quotus, und Subtraction dabei nur, als Vehikel, um die Vollendung des zusammengesezten Ganzen zu übersehen, gebraucht wird, so wäre es Misverstand, im Resultat bei diesem Act schlechthin o auszusprechen. 16 ist in 16 allerdings Einmal (d. i. 1.) und nicht null mal enthalten. Die Stücke 16 mal gesezt machen das Ganze in synthetischer Einheit aus, und nicht Zero; und dieß will man wissen, und versteht es auch von selbst nach dem Axiom der Identität.

In Mltcation aber kommt allerdings $\frac{A}{A} = 1$, als Factor betrachtet, durchgängig in keinen Betracht, oder würklich in den Betracht $= 0$, in soferne nemlich, als jede Gröse, neben welche 1 oder $\frac{A}{A}$ als Factor zu stehen kommt, dadurch nicht erhöht wird, und dieselbe (vor wie nach) bleibt, z. B. 1 B ist $=$ B, weil jede Gröse simpel gesezt schon für sich eben so viel vorstellt. Dann ein B ist eben $=$ B. Folglich auch $B = \frac{A}{A} B$.

§. 8.

§. 8.

Die Lehre von Division und Multiplication ist unmöglich philosophisch abzuhandeln, wenn man nicht Betrachtungen über

Verhältniß und **Proportion**

und was darüber im allgemeinen erforscht worden ist, zugleich mit-anschließt, und fast eben so nahe damit einige Erörterungen über Bruch-Rechnuug verbindet. Sehr grose Männer haben sich aber hiebei sehr verschieden benommen. Maclaurin, Euler, Kästner nnd mit ihnen die meisten, lehren Bruch-Rechnung, ehe sie noch bestimmt über Verhältnisse disserirt haben. Ernesti, Büsch und Marpurg aber tragen geflissentlich die Haupt-Theoreme von Verhältnissen und Proportionen vorher vor, ehe sie sich auf Brüche einlassen. Ich schlage mich zu den leztern, jedoch nur in so weit, daß ich blos die Fundamental-Säze dieser Lehre unmittelbar anzuschliessen für nöthig finde, und dann zu den Brüchen übergehe, indem ich andrerseits überzeugt bin, daß die ganze Lehre von Verhältnissen und Prop. nicht deutlich erklärt werden kann, ohne einige Kennt-

nisse der Behandlungs-Art mit Brüchen dabei zu Hülfe zu rufen.

Verhältniß heißt: die Art, wie Grösen auseinander entstehen, oder auch die Vergleichung ihrer Entfernung von einander, der Anbetracht, wie weit sie von einander und wie sie gegen einander liegen überhaupt.

Zählt man blos von Einheit zu Einheit weiter, von einer gegebenen Gröse bis zu einer andern, und bemerkt die dazwischen liegende Summe von Einheiten, so beschäftigt man sich mit dem sogenannten

Arithmetischen Verhältniß der Grösen

und die dazwischen liegende Summe (synthetisch vereinigt) heißt der Unterschied, Index, Nomen. Ohne deutliche Bestimmung dieser dritten Gröse, (in Zifern dieser 3ten Zahl,) läßt sich das Verhältniß der zwo in Erwägung kommenden Grösen nicht einsehen.

Dieser, leztere Saz ist allgemein-wahr auch beim

Geometrischen Verhältniß,

bei welchem die Vielheit der aliquoten Theile

in

in Untersuchung fällt, d. h. darauf gesehen wird, wie oft eine Gröse in der andern begriffen ist, dieselbe mißt, oder als was für ein Theil sie von derselben, erscheint? Ohne deutliche Erkenntniß dieser dritten Gröse ist gar keine helle Einsicht eines geometrischen Verhältnisses möglich, so wie keine Division ein verständliches Resultat auswirft, wenn der Quotient im dunkeln bleibt. — Ja, diese dritte Gröse ist selbst weiter nichts, als Quotient der Division, ob sie gleich einen absonderlichen Namen führt, und anstatt dessen

Exponent, oder der Name d. V.

genannt wird. Die Bezeichnung dazu ist entweder so: AB: A, oder $\frac{AB}{A}$, wie in der Division. In gewönlicher Sprache denkt man sich immer bei dem Ausdrucke Verhälniß in Mathematik, nicht das arithemetische, sondern das geometrische Verhältniß. So nimmt es auch Kant in einer Stelle, in welcher er beiläufig auf die Nominal-Definition kommt, wenn er spricht:

„Man kann die Verhältnisse der Dinge
„in abstracto, wenn man es mit blosen Be-
„griffen

„ griffen anfängt, nicht wol anders denken,
„ als daß
„ eines die Ursache von Bestimmungen in
„ dem andern sey.
„ Denn das ist unser Verstandes - Be-
„ griff von Verhältnissen selbst. *)

Bei jedem geometr. Verhältniß bringt ein aliquoter Theil, als die eine Gröse des Verhältnisses, in synthetische Einheit zusammen gefaßt, und so wiederholt auf sich selbst gelegt, (durch diesen Act) die andre Gröse des Verhältnisses hervor; Der Exponent bemerkt oder indicirt die Vielheit der Wiederholung, in Raum, oder in Zeit und vermittelt also das Erkenntniß, als Dritte Gröse.

Zwei Verhältnisse heisen gleich, wenn sie einerlei Exponenten haben. Die Bezeichnung dazu ist: z. B.

$$3 : 15 = 7 : 35$$
$$A : B = C : D$$

Der

*) S. Kants Krit. d. r. V. S. 342. (2te Ausg.)

Der Exponent ist auf beeden Seiten 5, allgemein etwa G genannt. Folglich ist: B = A × G, und D = C × G. Aber zu zwei Verhältnissen sind nicht immer vier Grössen erforderlich, auch drei reichen in gewisser Ordnung zu. Davon sogleich im folgenden.

§. 9.

Die Gleichheit der Verhältnisse wird Proportion genannt. (Analogia) Ein Exponent indicirt solche. Ein Act des Verstandes wird dabei wiederholt. Die Bemerkung desselben Standes zwoer Grösen gegen einander trift in Einheit des Bewußtseyns zusammen. Die Vorstellung eines Verhältnisses schließt sich an die Vorstellung eines gleichen Verhältnisses an. Diese zwo Vorstellungen gehören, vermöge der nothwendigen Einheit der Apperception in einer Synthesis zusammen. (Die Synthesis des 4ten Glieds z. B. erzeugt, wie die des 2ten.) Daher Erkenntniß! *) Daher der Drang, eine vohandene Proportion anzuerkennen!

Eine

*) S. Kants Krit. d. r. V. 142. §. 19.

Eine Proportion heißt stetig (continua), wenn das 2te Glied sofort auch wieder als 3tes erscheint, z. B. 3 : 15 = 15 : 75, od. a : b = b : c. in welcher also nur 3 Grösen vorkommen.

Kommen vier darinn vor, wie im Beisp. §. 8, so heißt die Proportion diskret (discreta Pr.) Eine solche wird in jedem Multiplications-Act erzeugt. Denn es finden jederzeit dabei die zwo Vorstellungen statt: Die Einheit verhält sich zum Multiplicator, wie der Multiplicant zum Product: 1 : 3 = 4 : 12: od. 1 : a = b : ab. Der Exponent trift hiebei jedesmal mit dem 2ten Glied identisch zusammen. Daher die Simplicität des Gedankens selbst seine Vergeßlichkeit veranlaßt. Bei unsern Entwicklungen aber sind wir dieser Vorstellung in der Folge sehr benöthigt. Bemerken wir aber hier nur so viel, daß wir demnach in jeder andern gegebenen Proportion aus 2. Verhältnissen vier bilden können. Z. B. aus 3 : 15 = 7 : 35 mögen wir nun entwickelt sezen: 1 : 5 = 3 : 15. und ferner 1 : 5 = 7 : 35. Ein gleiches hat bei stetigen Proportionen statt.

Neue

Neue Betrachtung! Laufen die Glieder über 3 und 4 zusammenhängend fort, so heißt dieß eine geom. Progression. Nimm als solche die Grösen, a, b, c, d, f an, in herkommlicher Stellung a : b = b : c = c : d = d : f. Der Exponent zwischen a : b sey g.; so mus er es auch von b : c und c : d seyn. Dann sonst fände ja gar die gleiche Proportion zwischen den Gliedern und deren Stetigkeit nicht statt, die doch angenommen wird. Man stelle sich den Belang der Grösen und ihre Synthesis nur recht deutlich vor; die Progression sey als eine steigende angenommen. So ist das 2te Glied b, gleich a, mit dem Exponenten g, multiplicirt, b = a × g, folglich synthetisch durch Wiederholung erzeugt, und also construirt, welches demnach analytisch durch Division auf die Folgerung führt, daß b, als Dividend, a als Divisor angesehen werden möge, deren Quotient g heisse, d. i. b : a = g oder $\frac{b}{a} = g$.

Hieran ist kein Zweifel. Der Sinn der Voraussezung: geometrisches Verhältniß, bringt dieß dringend so mit sich. Und so wäre es

dann

dann einerley in der Progression A, B, C, D, F anstatt des zweiten Gliedes B zu sezen:

A ⨯ G oder AG, und also

auch A, AG, C u. s.

Ist dieses, so fahren wir nun fort. In der stetigen Progression mus sich das erste Glied zum zweiten, wie das zweite zum dritten verhalten. Das ist wegen der Identität des Exponenten evident! Sonst wäre es ja keine solche Progression; demnach

A : B = B : C.

oder A : AG = AG : C

Laßt uns ja nie vergessen, wie das 2te Glied synthetisch entstanden ist?

Natürlich muß also auch das dritte eben so entstehen; G muß abermals den Multiplicator abgeben, also:

A G ⨯ G.

das zweite Glied, durch den Exponenten multiplicirt producirt das dritte, das in der ersten Progressions-Angabe die Bezeichnung C führte; folglich ist

C = A G ⨯ G, oder welches gleich viel ist:

C = A G G.

und

und da A G eben so viel besagt, und beträgt, als B, so ist zugleich damit evident, daß

anstatt C = A G G

auch C = B G gesezt werden könne.

(Wobei zugleich ein praktisches Beispiel der axiomatischen Wahrheit zu Tage liegt:

„Daß 2 Grösen, (hier A G G und „B G) die einer dritten gleich sind, ein„ander selbst gleich seien.)

Kommen wir nun auf das vierte Glied: D, so ist solches nun offenbar gleich dem dritten, durch den Exponenten multiplicirt,

D = C × G

oder: D = B G × G oder B G G

oder: D = A G G × G oder A G G G.

und da G G eben so viel bedeutet, als das Quadrat der Gröse G, oder G mit sich selbst multiplicirt, oder G in der 2ten Potenz

(= G^2) so ist C = A G^2

und D = B G^2

und da G G G so viel ist, als der Cubus von G, (das Quadrat mit der Wurzel multiplicirt) oder G^3, so ist D = A G^3 und C G ebenfalls = A G^3

und die Schlußfolge ist ferner unleugbar:

Jedes

Jedes dritte Glied in einer geom. Progression, ist zuerst gleich dem zweiten, $\times$ mit dem Exponenten,

$$C = B\,G.$$

oder ist gleich =
dem ersten multiplicirt durch das Quadrat des Exponenten,

$$C = A \times G^2$$

und jedes vierte ist gleich = $(D = A\,G^3)$
dem ersten, multiplicirt durch den Cubus des Exponenten,

oder, gleich =
dem zweiten, multiplicirt durch das Quadrat des Exponenten

$$(D = B\,G^2)$$

oder gleich =
dem dritten, multiplicirt durch den Exponenten

$$(D = C \times G.)$$

§. 10.

Wir schreiten nun zu einigen Haupt-Theoremen, von deren Wahrheit im gemeinen Leben sich jedes Kind überzeugt, deren mathematische Darstellung durch Beweiß aber, ohne die

Einsicht in Bruchrechnung herbeizurufen, vielen nicht gelungen ist.

Der Saz, mit welchem gewönlich angefangen wird, heißt:

„Wenn 2 Grösen mit einerlei dritter Gröse „multiplicirt werden, so verhalten sich die „Producte, wie die multiplicirte Factoren.

So viel mich dünkt, sollte man von dem viel simplern Theorem ausgehen:

Wenn 2 Grösen mit einerlei dritter Gröse addirt werden, so verhalten sich die zwo Summen aus gedachter Addition, gegen einander, wie jene zwo einzelne Grösen zu einander.

Ich verfolge aber den Saz bis zu noch tieferer Quelle:

So oft zwo Grösen gesezt sind, ist ein Verhältnis (der Möglichkeit nach,) gesezt. Wenn zwo Grösen nun durch eine dritte, auf welche Art es immer nur seyn mag, verändert werden, so verhalten sich die Resultate der Veränderung, wie die unveränderte zuerst gegebene Grösen. (Für Resultate der Veränderung mag man auch sezen, die neuen

Grösen, welche mit vorher nicht gehabten Bestimmungen erscheinen.)

Auf welche Art es immer seyn mag, d. i. die Veränderung mag vor sich gehen, durch Addition oder Multiplication, Subtraction, oder Division.

Dieses Erfahrungs-Urtheil ist allgemein gültig, und beruht auf einem nothwendigen-Grund-Gesez alles menschlichen Denkens.

Nimm an das Verhältniß: A : B. Nimm weiter an, jede dieser Grösen werde durch H synthetisch vermehrt, so daß A nunmehr verändert, als A + H; und eben so B, als B + H erschiene; so urtheilen wir: A und B erscheinen nun zwar verändert, aber, auch mit der neuen Bestimmung (+ H) versehen, bleibt darum dennoch ihr Verhältniß gegen einander: d. i. wie sich A zu B verhält,

so verhält A + H zu B + H

oder in der Formel: $A : B = A + H : B + H$.

In Zalen etwa $3 : 15 = (3 + 6) : (15 + 6)$

d. h. $3 : 15 = 9 : 21$.

Offen-

Offenbar ist in dieser arithmetischen Proportion einerlei Differenz, oder eine synthetische Vorstellung welche ein Bewußtseyn vereinigt, nehmlich 12 auf beeden Seiten; folglich das Verhältniß gleich beeder Seits. Dabei aber mus unsre Aufmerksamkeit auf folgenden Punct fixirt werden:

H ist = H; jede Gröse ist sich selbst gleich. Baust du auf deine Mauer noch sechs Schuh, (= H) und ich auf die meinige ebenfalls noch sechs (= H) so ist die Erhöhung gleich, und das Maas dazu, der Einheit der Apperception gemäs, identisch. Unsre Mauern stunden vor dieser Erhöhung in einem gewissen Verhältniß gegen einander,

die deinige war etwa 3 Schuh hoch (= A.)
die meinige 15 Schuh hoch (= B.)

Sie wurden beide nachher um gleichviel höher, jede um 6 Schuh d. i. um + H, so bleibt das Verhältniß, nach wie vor:

$$A : B = A + H : B + H$$

Die vorige Differenz ist augenscheinlich durch die synthetische Beifügung von H ganz und gar nicht geändert, und diese Differenz bestimmte doch die Gröse des Verhältnisses.

Ein anders ist:

Grösen ändern, sie für sich erhöhen oder erniedrigen.

Ein anders:

Verhältnisse ändern;

als wozu erfordert wird, daß in den 2 Grösen, welche das Verhältniß in gegenseitiger Verknüpfung eben ausmachen, die Art der Erzeugung durch verschieden-eintretende Synthesis alterirt werde.

Diese Wahrheiten sind so einfach, daß bei nahe Worte gebrechen, sie in vollkommener Deutlichkeit mit scientifischer Schärfe darzustellen. Man mus auch allemal bei der Behauptung zulezt schlechthin stehen bleiben; das noch kein Vernünftiger daß Axiom:

„Gleiches mit Ungleichem verbunden,
„läßt das Verhältniß der ungleichen
„Grösen ungeändert!

im Ernst angefochten habe, so bald ihm die Bedeutung des Worts: Verhältniß nur bekannt oder geläufig gewesen sey.

Ueber

Ueber den Fall der Addition wäre demnach wohl weiter kein Zweifel zu vermuthen; aber, wenn die Art der Erzeugung durch Multiplication geschieht? . . . . findet nun eben so wenig Zweifel statt, wenn nur die bisherige Voraussezungen nicht ausser Acht gelassen werden.

Nimm ebenfalls an, die Grösen b : d, als ein Verhältniß constituirend; und sodann jeden derselben etwa 5 mal gesezt (= g mal) d. i. bg und dg, so heißt der Lehrsaz: b : d = bg : dg: Die Factoren verhalten sich, wie die Producte, (und umgekehrt,) wenn eine dritte Gröse Multiplicator beederseits ist.

Auch hier ist Synthesis im allgemeinen, wie im vorigen Fall bei der Addition; aber die Vorstellungs-Art ist darinn abweichend, daß von b zu d, (wenn b etwa kleiner wäre,) nicht numerando langweilig fortgezählt, sondern sofort b, als aliquoter Theil, als Einheit zusammen gefaßt, und synthetisch an einander gestellt, jeder Saz aber im Gedächtniß wol behalten und bemerkt werde, d. h. b etliche mal wiederholt, und diese Wiederholung bezeichnet werde, etwa mit c, so daß

$b \times c = d$ ausfülle, und dafür vollgültig fortan in Betracht komme. Diese synthetische Construction des zweiten Glieds ist wesentlich nothwendig, um sich von dem Beweiß des gedachten Theorems zu voller Beruhigung zu überzeugen. Denn nun haben wir, anstatt der zween simpeln Multiplicanden, b und d die Aequivalente derselben: b und b c.

Jezt tritt aber zu beeden der gemeinschaftliche Mltcator g ein, d. i. bg heißt das erste Product, und bcg das zweite, welches so viel ist, als dg, und geschrieben werden kann: bgc, (indem beim Multiplications-Actus nach aller Natur der Sache jeder Factor willkührlich vornen, oder am Schluß stehen darf.) Folglich stehen nun die Verhältnisse: wie folgt:

$$b : bc = bg : bcg$$

oder $$b : bc = bg : bgc$$

oder $$b : d = bg : dg.$$

Denn bgc ist construirt aus bc, wie bg es ist aus b. (Beede durch $\times$ g.) Wer kann die Synthesis in dem ersten Verhältniß leugnen? Und wer die im zweiten? — Die Behauptung ist unumstößlich, und aufs äusserste evident. Denn Einheit des Bewußtseyns befaßt

faßt

faßt beede Erzeugungen, und liegt ihrer Vergleichung a priori zum Grund. Folglich zeugt das identische Daseyn des sich selbst gleichen Exponenten g von der Richtigkeit der geometrischen Proportion, und da diese fest steht, so ist gar dem Zugeständniß nicht auszuweichen, daß die Producte das Verhältniß der Factoren beibehalten. *) Durch Zeichnung und Anschauung wird alles noch mehr einleuchtend.

*) Alle Lehrer, welche Bruch-Rechnungen voraus erklären, werden weit kürzer mit diesem Theorem fertig. Sie sezen blos: Brüche sind Quotienten, und jedes Verhältnis kann als Bruch geschrieben werden; Also anstatt b : d = bg : dg sezen sie: $\frac{b}{d} = \frac{bg}{dg}$, und da der Gehalt dieser Brüche ganz gleich ist, weil $\frac{g}{g}$ so viel als 1 besagt, welches im Multiplications-Act nichts ändert, so stellen sie damit ihren Saz, als erwiesen, dar.

Wir fahren aber auf unserm Weg fort!

Die eine Gröse b sei folgende, als Höhe betrachtet :

Die andre d sei gröser, wie der Augenschein zeigt; und zwar 4 mal d. i. = bc.

Diese (b) werde g mal erhöht angenommen,

Diese (d) ebenfalls g mal :

d. i. bg

d. i. dg oder bcg oder bgc.

Nun heißt der Saz:

b : d = bg : dg.

od. b : bc = bg : bcg.

Die Synthesis steht klar vor Augen : bg ist aus b construirt,

eben so wie

dg aus d, blos durch dreimalige Wiederholung, bei welcher die Grösen selber

zum Maasstab dienen, und gleich viel mal angeschlagen werden, (wie Stäbe,) um die Producte zu erzielen.

In Anwendung auf alle Erscheinungen in der Welt trift dieses nun zu, d. h. in allem, was in Raum und Zeit vorkommt, und sich nach diesen Bedingungen der Sinnlichkeit nur denken läßt. — Man kann daher die Fragen über das Wie? und Warum? auch zu hoch anlegen, und zu viel wissen wollen, so daß kein Gedanke zur Antwort mehr zureicht. Einmal ists nun so, daß

zween Dinge, in Raum und Zeit, simpel gegeneinander gesezt, auch in gleichem Verhältniß forthin erscheinen, wenn sie gleich (sie, dieselben) beede vier oder 5 oder 100 mal, aber nur beede gleich viel mal gesezt, d. i. in Raum und Zeit durch successive Synthesis gleich viel mal vorgestellt werden.

Das Verhältniß der ersten Vorstellung, oder eigentlich zwischen den ersten zwei Vorstellungen bleibt, weil das, was darzu

kommt, gleich, 1000 gegen 1000, ist, oder 5 : 5, d. h. 1 : 1; und Identität niemals ein Verhältniß alterirt. Warum aber das nicht? Warum ist Eins = Eins? Bei dergleichen Fragen scheitert der menschliche Verstand, oder — kehrt zurück!

§. 11.

Theorem. Werden zwo Grösen durch eine dritte Gröse dividirt, so verhalten sich die Quotienten aus beeden, wie die dividirte Grösen selbst.

Nehmen wir zwei Dividenden an,
b und d,
aber bei beiden einen und denselben Divisor c.
und der Exponent von : c : b heise g, der Exponent aber von c : d sey m.
so ist klar, daß ich anstatt b sezen kann cg, der Erzeugung von b gemäs; und eben so in dem andern Verhältniß statt d richtig cm. Nun ist zuverläsig ausgemacht, daß cg zu cm sich verhalte, wie g zu m allein, weil beede eine Gröse, nehmlich m, gemeinschaft-

lich

lich multiplicirt, also cg : cm = g : m.
nach dem allererst erwiesenen Theorem:

die Producte = wie die Factoren.

Anstatt der beeden ersten Glieder cg und cm kann ich ja aber mit voller Befugniß auch b und d sezen, weil b, (als Dividend betrachtet,) aus c × g, und eben so d (als Dividend betr.) aus c × m synthetisch bestehet; demnach auch die Proportion, wie folgt, stellen: b : d = g : m. und damit haben wir den Saz sonnenklar vor uns:

Die Dividenden, oder zwei dividirte Grösen verhalten sich zu einander, wie ihre Quotienten, wenn ein gemeinschaftlicher Divisor statt hat.

Oder umgekehrt:

Die Quotienten = wie die dividirte Grösen

$$g : m = (cg) : (cm)$$

od. $b : d$.

oder

$$\frac{b}{c} : \frac{d}{c} = b : d.$$

Wer diese Proportionen, und die Synthesis der Erzeugung dabei wohl erwogen hat, wird keines weitern Commentars zu dem The-

Theorem der Subtraction bedürfen. „Wenn
„ von ungleichen Grösen gleiches abgezo-
„ gen wird, so verhalten sich die Diffe-
„ renzen, wie die ohnverringerte Grösen."
d. i. $a : b = a - c : b - c$.

§. 12.

Ganz enge schließt sich an das nächst vorhergehende Theorem das folgende: Wenn die Proportion statt hat $a : b = c : d$, so gilt auch $a : c = b : d$, od. so verhält sich auch das 1ste Glied zum 3ten, wie das 2te zum 4ten. *)

Beweis. Man forsche der Erzeugung in $a : b = c : d$ nach, welche Glieder sind die grösern? a und c? oder b und d? Eines von beeden mus ja immer seyn, sonst wäre es keine Proportion. Nun b und d seyen die grösern!

*) Hiebei ist der technische Ausdruck zu behalten, nach welchem man das 1ste und 3te Glied, a und c homologe Glieder heißt, wie auch b und d, als das 2te und 4te.

grösern! So sind sie immer, als auf gleiche Weise synthetisch - construirt, anzusehen, d. i. durch einen Exponenten, welcher mit a multiplicirt, b erzeugte, und mit c, eben also das lezte Glied, d. Also sind a und c zween verschiedene Factoren, in welche eine dritte Gröse, (der immer identische Exponent) multiplicirte. In dem Fall aber verhalten sich immer die zwo Grösen, welche der Act der Multiplication afficirt, wie die Producte, nach obigem §. 10.

d. h. a : c = b : d

2 Factoren = 2 Producte. Der Exponent der zwei Verhältnisse ist hiebei nicht ausdrücklich genannt. Aber die Einheit der Apperception macht Identität bei ihm zur wesentlichen Bedingung. Wir können uns nur einer Gröse, bei der Genesis, die da vorgeht, bewußt seyn, d. i. bei der Genesis von b und d. Sonst wäre ja gar nicht Gleichheit der Verhältnisse, gar nicht a : b = c : d vorhanden.

§. 13.

Theorem. Wenn 4 Grösen in geometrischer Proportion stehen, so ist das Product der zwei äussern Glieder, dem Product der zwei innern gleich

gleich. Es sey: b: c = d: f, so ist: b × f = c × d; oder bf, das Prod. der ä. Gl. ist = cd dem Product der innern. Der Exponent heise in beeden Verhältnissen: g; so hängt der Beweis des Lehrsazes nun ganz von folgenden zwo Erinnerungen ab:

1) Die homologen grösern Glieder (hier c und f dafür angenommen,) sind Producte, c aus (den 2 Factoren) b und dem Exponenten, g; f (aus den 2 Factoren) d, und eben diesem Exponenten g.

Also c = bg und f = dg.

2) In jedem Product ists gleichviel, welcher Factor vorne oder hinten stehe: 3 × 4 ist = 4 × 3, und bgd = bdg u. s. f.

Nun sehe man die Proportion nochmals an:

b : c = d : f

Ihr Aequivalent ist: b : bg. = d : dg. Demnach auch das Aequiv. der äussern Glieder (bf) ist = bdg und das der innern Glieder (cd) ist = bgd. Offenbar aber ist bdg = bgd, (der 2ten Erinnerung gemäs,) Folglich ist das Prod. der äus. Glieder dem Pr. der innern damit auch gleich.

Ana-

Analysis bestätigt die Wahrheit dieses Resultats jederzeit. Das Verfahren bei der Erzeugung aber bleibt immer synthetisch. Das identische in der Construction der grösern Glieder, zu deren Synthesis jedesmal g gehört, bringt die Vorstellung dieser gr. Gl. in ein Bewußtseyn zusammen. Demnach tritt die synthetische Einheit der Apperception, welche Kant bei jedem Concept des Verstandes erfordert, *) damit nothwendig unverneinlich ein, und ist die Grundlage der apodiktischen Behauptung in dem Saz selbst, welcher, als ein Axiom, fortan benüzt wird.

§. 14.

Aufgabe. Zu drei Gliedern einer geom. Prop. das 4te zu finden. Also, wenn b : c = d : ▽ gesezt ist, zu finden, was ▽ sey?

Auflösung b, c, d, sind also bekannte Grösen; cd sind ferner offenbar die mittlern Glieder der Proportion, und 2 Factoren, die ein

*) Krit. d. r. V. §. 16. N. A. S. 133 — 35.

ein Product constituiren. Demselben mus das Product der äusern gleich seyn $cd = b\triangledown$, nach dem allererst erwiesenen Theorem. Also, zween Factoren gegen zween Factoren in vollgültigem gesammt. Aequivalent! Hängen wir dieser Vorstellung wohl nach, und denken demnächst an §. 5. zurück! Es soll von 2 Factoren einer erforscht werden, also von dem Product $b\triangledown$ der eine Factor, $\triangledown$. Jedes Product mit dem einen der Factoren dividirt, wirft den andern aus, $\frac{cd}{c} = d$, und $\frac{cd}{d} = c$; also auch $\frac{b\triangledown}{b} = \triangledown$. Was ist aber $\frac{b\triangledown}{b}$ anders, als $\frac{cd}{b}$? da ja $b\triangledown = cd$ zuverlässig ist. Folglich kann der zu eruirende 2te Factor $\triangledown$ gar nichts anders, seinem wahrem Gehalt nach, seyn, als $\frac{cd}{b}$; oder mit andern Worten: das 4te Glied der Prop. besteht

aus dem Product der innern Glieder,

(cd) durch das erste dividirt: $\frac{cd}{b} = \triangledown$,

d. i. $b : c = d : \frac{cd}{b}$

welches jedem verständlich seyn mus, weil alle

3 Buchstaben als bekannte Grösen angenommen sind. *)

§. 14.

---

*) Anm. Die schnelle Einsicht dieses Beweises wird blos dadurch erschwert, weil die zwo Vorstellungen cd und b▽ sich nicht sofort unter Einheit des Bewußtseyns fügen und vereinigen wollen, als wodurch doch jederzeit allein Erkenntniß möglich wird. (S. Krit. d. r. V. §. 17.) Es fällt dabei zweierlei Construction vor, z. B. in Zalen: 2 : 6 = 4 : 12 scheint 2 × 12 eine Totalität von andrer Construction zu liefern, als 4 × 6. Allein diese Rücksicht mus uns nicht irren. Unterabtheilungen alteriren den Begriff des Ganzen nicht, welches immer sich selbst gleich ist, und als synthetische Einheit bestehet, auch also durch unsre Apperception befaßt wird. Eine begränzte Linie (= 24) mit 2 Abschnitten, deren jeder 12 gleichartige Stücke enthält, gilt dem menschlichen Verstand im allgemeinen jedesmal so viel, als dieselbe Linie mit 4 Abschnitten, deren jeder 6 solcher gleichartigen Stücke begreift. Das Resultat führt auf einen Begriff, oder ein Begriff umfaßt ein und dasselbe synthetische Resultat. Warum sollen gleichsam, die

§. 15.

Aufgabe. Zu zwo Grösen die dritte Proportional-Gröse zu finden. Z. B. in $a : b = b : x$, anzugeben, was x sey? Leichterachtlich, ganz nach dem vorherg. §, ist: $\frac{b.b}{a} = x$. oder, so oft schlechthin a, b, x, mit Voraussezung einer stetigen Proportion vorkommt, und nach x gefragt, a und b aber als bekannt angenommen werden, ist x so viel, als das Quadrat der zwoten Gröse, (b^2) durch die erste, (a) dividirt. $x = \frac{b^2}{a}$. Wird hier beederseits mit a multiplicirt, so zeigt sich evident das Product der äusern Glieder dem der innern gleich, in $ax = b^2$. Denn $a \times \frac{b^2}{a}$ ist $= b^2$ d. h. das Quadrat der zwoten Gröse ist (in jed. stet. Prop.) dem Product der 1sten und 3ten Gröse (x) gleich.

§. 15.

---

die Demarkationen auf der Oberfläche den Valor oder Gehalt des synthetischen Quantums selbst afficiren, welches beharrlich sich selbst gleich (= 24) bleibt?

§. 16.

Wo man ein Quadrat denkt, da denkt man auch eine Wurzel, und die Erzeugung des Quadrats ist nicht anders möglich, als daß die Wurzel zweimal mus Factor worden seyn. Da nun ax dem Quadrat b^2, d. i. dem Quadrat der Wurzel b gleich ist, so kann es ebenfalls für ein Quadrat angesehen werden, dessen Wurzel natürlich ganz von der nehmlichen Gröse seyn mus, wie die von bb. Ganz von der nehmlichen Gröse seyn, und für einander gesezt, (untergeschoben) werden können, läuft in Mathematik in eine Vorstellung, d. i. in Identität des Bewußtseyns zusammen; folglich mus die Wurzel von b^2 allemal der Wurzel von ax untergeschoben werden, d. h. es mus immer rechtmäsig gesezt werden können: $b = \sqrt{ax}$. (Denn mit diesen Zeichen deutet man die Vorstellung der Wurzel aller Grösen an.) Damit ziehen wir den Schluß: „Die „Zwote Gröse (etwa s,) jeder stetigen Propor„tion (r, s, t) ist gleich der Wurzel des Pro„ducts (⨯) der ersten und dritten Gröse. „$s = \sqrt{r,t}$.

Weiter folgt hieraus: Die Wurzel jeden Quadrats ist die mittlere Proportional-Gröse zwischen dem Quadrat und der Einheit. Denn man denke nur an die Grund-Verhältnisse aller Multiplication (§. 9.)

zurück: 1 : Mlcator = Mlcand: Product, u. stelle
darunter: 1:die Wurz. = die Wurzel : das Qua-
(als Factor,) (wieder als Factor) drat;

1: b = b : b²

so ist die mittl. Prop. Gröse offenbar keine andre, als b, und ihr Stand zwischen

Einheit und Quadrat,

welches leztere sie synthetisch erzeugt, indem sie 2 mal Factor wird.

Demnach ist das Quadrat auch, als 3te geometrische Gröse zu 1, und der Qu. Wurzel zu betrachten, (1, b, b²,) und der Exponent in dieser stetigen Proportion ist b selbst.

Mein Ziel ruft mich weiter. — Ich gehe sofort zu Brüchen über!

Von Brüchen.

§. 17.

Bei jedem Bruch ist Synthesis und Analysis,
Synthesis im Zäler,
Analysis im Nenner.

Das Ganze im Theile zerlegt, und analytisch gedacht, ist der Nenner.

Die Bestimmung der Vielheit dieser Theile in Substrato ist der Zäler; bei welchem jedesmal ein Gleichartiges synthetisch wiederholt, und so dann mit einem Zeichen begriffen wird.

Der Zäler nimmt das Gleichartige des Nenners; seine Synthesis sezt also dessen Analysin voraus.

Aber daraus ist nothwendig abzunehmen, daß also auch der Nenner selbst durch Synthesis zu einem Ganzen erzeugt oder gebildet worden sei, und demnach für sich eine synthetische Einheit vorstelle; folglich, daß auch Analysis des Nenners seine Synthesin voraussetze, zu welcher wir gedrungen sind, zu-

rück zu steigen, weil wir kein bestimmt • vollendetes Ganze ohne Construction d. i. ohne Zusammenreihung gewisser Maase, oder ohne Wiederholung gleicher Theile denken können. Diese gleiche Theile messen das Ganze successiv durch; wie oft? zeigt die Zal • Gröse des Nenners an. Ihre Synthesis ist also die erste Bestimmung, oder der Act des Verstandes, der vorausgehen mus, um den andern Act möglich zu machen, wodurch genau gesezt, wie viele solche Theile, oder Abschnitte des Ganzen, in substrato zu zälen, d. i. synthetisch zu begreifen seien.

§. 18.

Der Zäler und Nenner eines jeden Bruchs machen ein Verhältniß unter einander aus, oder haben ein gewisses Verhältniß zu einander. Der Verstand vergleicht zwo gegebene Grösen, ihr Werth wird also gegeneinander gehalten, und hiernächst ihr Verhältniß nach folgendem Grundgesez beurtheilt;

„Der

„Der Nenner verhält sich jedesmal zu dem Zäler, wie die Einheit zum Werth oder Gehalt des Bruchs.“ Denn

Der Nenner

zeigt ja an, in wie viele gleiche Theile die Einheit getheilt worden sei, er drückt die Vielheit dieser Theile aus, sein Wesen besteht eben in deren Zusammenfassung, und diese Theile, in einem Bewußtseyn zusammen vereinigt, machen die syntetische Einheit selbst aus, sind also ihr gleich, können für sie gesezt werden; Der Nenner ist = 1.

Der Zäler

giebt an, wie viele von diesen Theilen man würklich nehmen soll, und zeigt also, was von der synthetischen Einheit gegenwärtig in Anschlag zu bringen sey. Der Zäler ist = dem Werth des Bruchs.

Nimm an: $\frac{5}{12}$. Du siehst, 12 gleichartige Theile soll die Sache oder die ganze Gröse haben, die in die Frage kommt, oder soll zwölfmal getheilt werden. Nenne diese Sache, oder die ganze Gröse einmal mit einem simpeln Buchstaben n, jeden ihrer bemelten

Theile aber nenne y; so wird natürlich die Gleichung herauskommen:

n = 12 y

Die Sache = d. zwölf Theilen.
als Quantum;
und n ist der Nenner,
und 12 y sind ebenfalls der Nenner.

Nun aber sieh auch auf den Zäler; er giebt an: Fünfe von diesen 12 Theilen sollen genommen werden, also 5 y, und du kannst demnach kek sagen: die Vielheit dieser fünf Theile, oder dieser 5 y, machen den Werth des Bruchs aus, oder sind demselben gleich, oder in der Bezeichnung: $5\,y = \frac{5}{12}$. Und wenn dieses ist, auch also behaupten: 5 y verhalten sich zu n, wie 5 zu 12 und folglich der Werth des Bruchs zu 1, zur synthetischen Einheit, wie der Zäler zu dem Nenner.

5 y : n = 5 : 12.
Werth des
Bruchs : Einheit = Zäler : Nenner.
(das Ganze) (das Ganze)

Willst du alle Zalen weglassen, und (statt $\frac{5}{12}$)

$\frac{5}{12}$) den Bruch blos $\frac{a}{b}$ bezeichnen, so daß a der Zäler, b der Nenner wäre, so käme folgende noch allgemeinere Verhältniß-Formel heraus:

$$\frac{a}{b} : 1 . = a : b.$$

Der Bruch selbst, sein Gehalt,	:	zum unverstückelten, aber doch synthetischen Ganzen;	=	wie der Zäler	:	zum Nenner

welche umgewandt: oder rückwärts gesezt:

$$b : a = 1 : \frac{a}{b},$$

den Eingangs-angenommenen Saz in völliger Ordnung wieder giebt:

Der Nenner verhält sich zum Zäler, wie die Einheit zum Werth, oder Gehalt des Bruchs.

§. 19.

Wenn b durch c dividirt werden soll, so schreibt man (eben so oft, als b : c, auch) $\frac{b}{c}$. Der Dividend heißt dann, b, der Divisor, c,

und der Quotient $\frac{b}{c}$. Der Quotient sieht augenscheinlich, wie ein Bruch, aus, und ist es auch. Um dieß einzusehen, mus man von dem erst-klar entwickelten Saz ausgehen: daß jeder Bruch (oder Bruch-Gehalt) sich zu Eins verhalte, wie der Zäler zum Nenner, und damit den Gedanken verbinden, daß bei jedem Divisions-Act ebenfalls die Proportion statt habe:

Eins : zum Qot. = wie d Divisor, : zum Dividenden.

Folglich auch umgekehrt, das 2te Glied zum 1, wie d. 4te zum 3ten, welches niemand wohl in Abrede stellen kann, wenn er nur z. B. den Inhalt des 5ten und 9ten §. vergleichen und unterm Dividenden ein Product, unter Quot. u. Divisor aber 2 Factoren denken mag. So wie in dieser Beziehung immer ein identischer Exponent in zwei Verhältnissen erscheint, so erscheint er auch bei Auseinandersezung eines jeden Bruchs: $\frac{a}{b} : 1 = a : b$.

Blos darinn zeigt sich ein Unterschied, daß bei Brüchen jedesmal die Proportion steigend ist, und der Bruch, (od. Quot.) im 1sten Glied

gegen

gegen die **Einheit** im 2ten Glied tief steht, d. h. in der Einheit etliche mal begriffen ist, $\frac{2}{10} : 1 = 2 : 10$.) dahingegen in Division mit ganzen Grösen, wenn der Quot. als 1stes Glied steht, die Verhältnisse der Prop. immer abwärts gehen, d. h. die Einheit, als 2tes Glied im Quot. immer begriffen ist: ($4 : 1 = 24 : 6$) Demnach erreicht ein würklicher Bruch *) niemals die Einheit, und ist in **so fern** keine Einheit, ob er es wohl als verständliche Vorstellung, in einem andern Sinn, immer seyn mus; d. h. als Summe abgetrennter Theile, welche immer Qualitative Einheit hat. Diese Theile, diese abgetrennte Stückchen, können nehmlich auch als abgerissene **kleine Einheiten**, von einem gewissen Aggregat kleiner Einheiten betrachtet werden; $\frac{4}{10}$ von $\frac{10}{10}$. Der **Nenner** stellt dieses bestimmte Aggregat

*) Kein wirklicher od. ein **unächter** Bruch heißt z. B. $\frac{12}{8}$ od. $\frac{24}{6}$/ wenn der Zäler gröser/ als der Nenner ist. Jeder Divisions-Act kann in dieser Form geschrieben werden; also auch die Prop; $\frac{24}{6} : 1 = 24 : 6$.

gregat vor. Die Vielheit der Theile, die er aussagt, ist zusammengenommen, die Einheit, ein Ganzes im Inbegriff, d. h. eine synthetische Einheit. Diese, welche ich die grose Einheit nennen möchte, wird verstückelt in gleichartige kleine Einheiten gedacht, deren Aggregat das Ganze füllt. Abgetrennte Stückchen dieses Aggregats zusammen gefaßt, d. h. ein Inbegriff derselben, *) eine Synthesis, das ist der Zäler. Blos in dieser Hinsicht geht die Redensart an: Man sehe bei Brüchen darauf, was für ein Theil des Nenners in dem Zäler enthalten sei? oder welch groses Stück des Nenners der Zäler enthalte? — und in soferne kommt der Ausdruck mit dem bei Erklärung des Dividenden, und des Divisors in der Division überein, wo der Dividend auch enthält, und der Divisor enthalten ist.

Aber

*) Für die Vorstellung des Menschen also auch wieder eine (synthetische) Einheit, eine Zusammenfassung einer gegebenen oder möglichen Anschauung, der ursprünglichen Apperception gemäs.

Aber man mus, durch Worte verleitet, diesen Gedanken nicht zu weit verfolgen wollen. Denn, wenn man es für thunlich hielte deshalb nun auch zu fragen:

Wie viel mal ist dann der Nenner in dem Zäler enthalten?

so würde man gar sehr gegen die Grund-Vorstellung eines (ächten) Bruches selbst anstossen! Nein, anstatt: Wie vielm. ist d. N. mus vielmehr schlechterdings blos gesezt und gedacht werden:

Was für ein Theil des Nenners *) ist in dem Zäler enthalten? oder deutlicher:

*) Blos Kästner hat hierüber sehr succinkt ein paar Worte hinfallen lassen, um Anfängern die Schwierigkeit zu erleichtern, wie sie sich den Zäler in der Function des Dividenden, u. den Nenner in der des Divisors denken können. (S. § 58, sein. Ar. Anf.) Aber, ohne die Lehre der Proportionen vorausgeschickt zu haben, und ohne Anknüpfung ähnlicher Erläuterungen, wie die vorstehenden sind, wirds nimmermehr in diesem Süjet recht helle. Fast in allen Lehrbüchern finde ich hierüber durchgängig sehr befremdliche Lücken

licher: kommt beim Zäler in Betracht, kommt dem Zäler zu? d. h. wie viel kleine Einheiten stecken im Zäler! werden in substrato durch den Zäler angezeigt?

§. 20.

Wenn du zween Brüche addiren willst, (spricht man,) oder subtrahiren, so mußt du sie zuvörderst unter e i n e Benennung bringen. z. B. soll $\frac{2}{3}$ zu $\frac{4}{5}$ addirt werden, oder $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$, so multiplicire zuerst die Nenner durcheinander, sodann jeden Zäler durch den Nenner des andern Bruchs beederseits (kreuzweis). d. h. seze $\frac{10}{15} + \frac{12}{15}$ oder $\frac{2.5}{3.5} + \frac{4.3}{5.3}$, oder allgemein: $\frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd}$, und addire sofort die blosen Zäler; so heißt die Summe: $\frac{22}{15}$ oder $1\frac{7}{15} = \frac{ad + bc}{bd}$. Warum diß Verfahren?

Lücken, und eben so sehr in der folgenden Belehrung, Brüche unter einerlei Nenner zu brnigen.

ren? Wie benimmt sich unser Verstand bei diesem Act der Umwandlung? und was dringt ihn dazu? —

Ich sehe nicht, wie man eine genügliche Antwort hierauf geben kann, ohne auf das oberste Princip alles Verstandes-Gebrauchs auf die mehr gedachte synthetische Einheit der Apperception, mit welcher uns Kant ganz sonderlich bekannt zu machen gesucht hat, zurück zu gehen. So befremdlich diese Behauptung manchen bedünken mag, so wird sich doch jeder selbst davon überzeugen, wenn er mit Aufrichtigkeit jene Fragen sich gehörig zu beantworten trachten wird!

Die blose Vorstellung der zwo Grösen $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$, die wir vergleichen, addiren oder subtrahiren sollen hilft uns für sich zu keiner Erkenntniß. Ein anders ist etwas blos denken, ein anders — etwas erkennen.

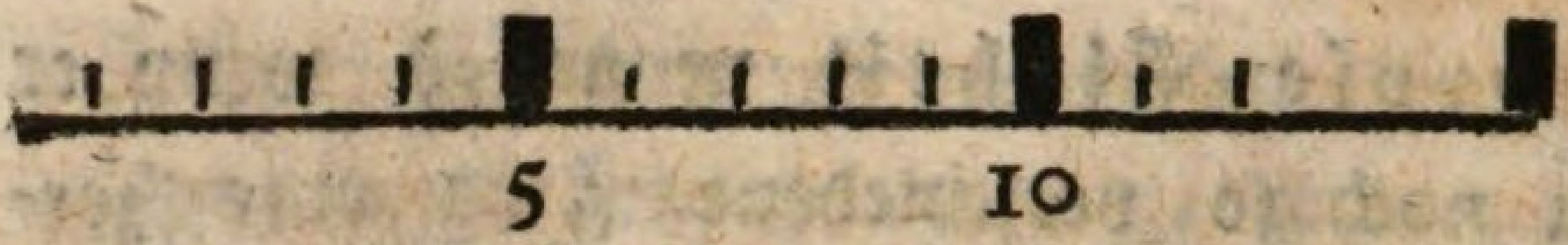
„Nicht dadurch, daß ich blos denke, er„kenne ich irgend ein Object, sagt Kant, sondern

„sondern nur dadurch daß ich eine gegebene An„schauung in Absicht auf die Einheit des „Bewußtseyns, darinn alles Denken besteht, „bestimme, kann ich ein Object erkennen.“ (Krit. d. r. V. s. 406. N. A.)

Die gegebene zwo Vorstellungen von Grösen müssen unter synthetische Einheit der Apperception gebracht werden, bevor sich der Verstand nach Wunsch mit ihnen befassen kann. Das Mannigfaltige vorkommender Anschauungen mus unter Einheit des Bewußtseyns in mir vereinigt stehen, sonst kann ich gar keinen weitern Act, der mich ins Helle führen möchte, vornehmen. $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ stehen nicht in einem Bewußtseyn zusammen, sind gar nicht vergleichbar, deuten eine ganz verschiedene Theilung zwoer ganzer Grösen an, oder auch einer Gröse zu verschiedener Zeit. — Nimm einmal, (um es recht einleuchtend-sinnlich zu machen,) den Raum zwischen zween Bäumen einer Allee an. Dieser Raum kann in 3 Theile, er kann auch in 5 Theile abgesteckt, oder abgemessen werden. Er selbst bleibt dadurch der nehmliche, identisch = 1, (ich will

ihn

ihn die grose Einheit nennen,) wenn er gleich in noch so verschiedene Fragmente zerlegt würde, d. h. in noch so verschiedene kleine Einheiten, derer Synthesis die Gröse ausmachte. Z. B. $\frac{3}{3}\left(=\frac{b}{b}\right)$ oder $\frac{5}{5}$ $\left(=\frac{d}{d}\right)$ stören seine bestehende Einheit nicht; aber diese Eintheilungen, gegen einander betrachtet, bestehen nicht in einer Einheit der Apperception als Eintheilungen, und vereinigen sich in einem Bewußtseyn blos nach vollbrachter Messung, als Befassungen im Innbegriff, im Resultat; In der Annäherung zur Vollendung, im Lauf zur Totalität selbst hin aber gehen einander diese Stücke ($\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{5}$) nichts an, und treffen gar nicht einem Bewußtseyn zusammen; Noch weniger demnach $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$. Was ist also wohl anzufangen, um dieß Zusammentreffen in der Einheit der Apperception oder in der Identität des Bewußtseyns, hervor zu bringen? — Man gedenke sich den gedachten Raum, als eine Linie mit drei Einschnitten, welche drei gleiche Abtheilungen bezeichnen:



$= \frac{3}{3}$

und eben dieselbe mit fünf gleichen Theilen:

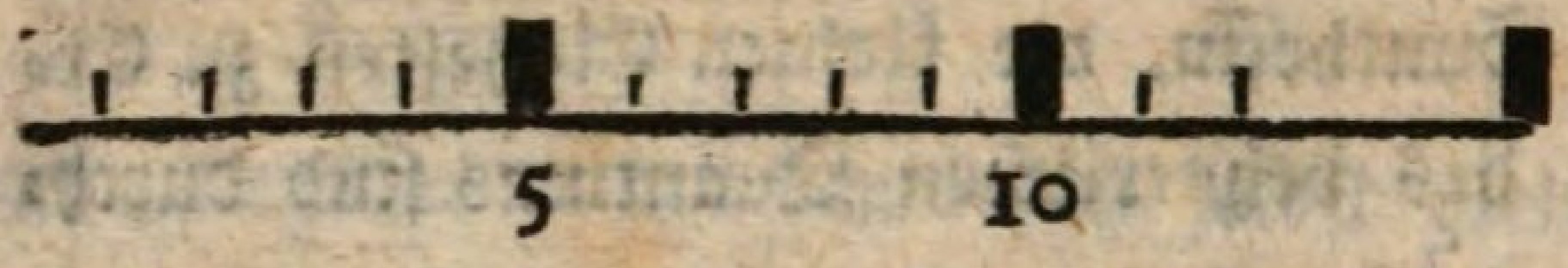
$= \frac{5}{5}$.

Ohnläugbar ist die Linie sich selbst gleich — 1, und bleibt in identischer Gröse, als Einheit, man mag sie in noch so vielerlei Grade oder Maase eintheilen. Sie ist ein Gedanke, der ein Ganzes befaßt. Werden aber einmal drei Einschnitte in ihr angenommen, und sodann zwei von diesen gesezt; und hiernächst in eben derselbe fünfe angenommen, und vier derselben gesezt, so beschäftigen offenbar zwo Anschauungen, und zwei Gedanken den Menschen, die durchaus so nicht unter eine Einheit der Anschauung, noch unter Einheit der Apperception zu bringen sind, oder in einem und demselben Bewußtseyn so zusammen kommen mögen. Da ist also kein andrer Ausweg, als einerlei Eintheilung, oder gleichviel Einschnitte in der (bleibenden) Linie anzunehmen; alsdann sind sie unter der Einheit der Apperception zu befassen, alsdann ist diejenige Einheit des Begriffs vorhanden, welche Kant qualitative

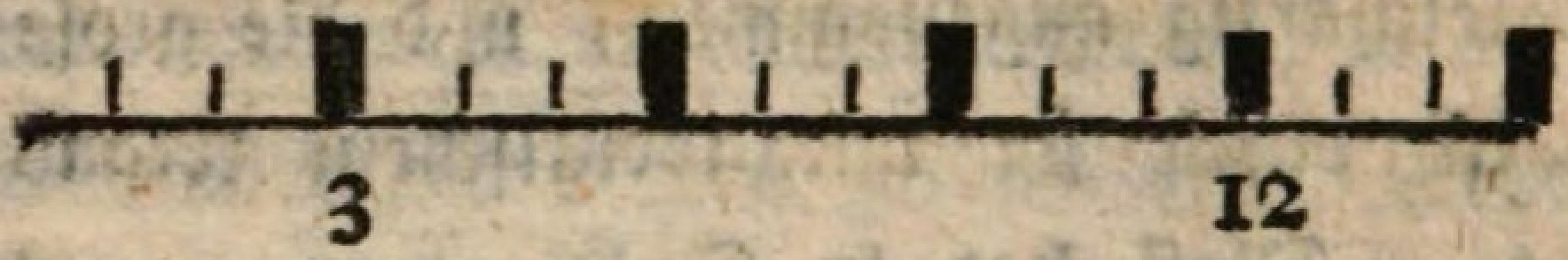
Ein-

Einheit nennt, und welche zu jedem Erkenntniß vorkommender Gegenstände erforderlich ist (S. Krit. d. r. V. Elem. L. II. Th. §. 12. S. 114. N. A.) Die Linie hat demnach nun einerlei Synthesin, die kleinen Einheiten zu Erzeugung des beharrlichen Quantums sind durchgängig gleichartig angenommen, und die grose Einheit ist durch sie mit identischem Maas construirt. Dieß hat in Substrato vor uns statt, wir mögen, entweder, in der Linie mit 3 Abschnitten, durchaus in jedem Abschnitt fünf Abtheilungen annehmen, oder, in der Linie mit 5 Einschnitten durchaus in jedem Einschnitt noch drei. Das Resultat ist das nehmliche, nehmlich eine Synthesis von 15 Graden beederseits, durchhin bis ans Ende der Linie. Der Erfolg aber ist: daß izt die Verknüpfung zu einer bestimmten Summe, d. i. zu einem aus Gleichartigem zusammengesezten Gröse, äuserst leicht thunlich wird. Denn man stelle sich nun den neu eingetheilten Raum nur etwas lebhaft vor, vergesse aber ja nicht, daß durch die kleinere Verstücklung die Gränze $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ der Linie nicht erweitert zu nehmen sey, so kann die Addition

gar nicht mehr fehlen. Der Verstand zählt fort, das Aug umfaßt aber die nehmliche Weite in der Anschauung des Raums. Z. B.



$= \frac{3}{3}$,



$= \frac{5}{5}$.

Nun dringt sich die Ueberzeugung auf, daß 2 mal 5, und 4 mal 3 solcher kleinen Einheiten, auf der 15 theiligen Linie die Summe von $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ würklich ausmachen, und die Synthesis des Gleichartigen nun ganz wohl in einem Bewußtseyn zusammen treffe: $\left(= \frac{10 + 12}{15}\right)$. Selbst, wenn man das nachliest, was Kant über die logische Form aller Urtheile §. 19. erörtert, wird man die Bestätigung dieser Vorstellungs-Weise damit antreffen. Der Saz: $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} \text{ ist} = \frac{22}{15}\right)$ enthält ein Urtheil, welches die Erkenntnisse voraussezt:

$$\frac{2}{3} \text{ sei} = \frac{10}{15} \text{ und } \frac{4}{5} = \frac{12}{15}.$$

Die

Die Art nun, gegebene Erkenntnsse zur objectiven Einheit der Apperception zu bringen, heißt eben überhaupt: urtheilen. Folglich erhellet auch in diesem mathematischen Urtheil die Beziehung der zwei bezeichneten Fragmente, (zwoer gegebenen Vorstellungen) auf die immer nothwendige Einheit der Apperception, als wesentlich.

Nunmehr kann es wohl unmöglich mehr befremden, daß man, wenn die Reduction auf einerlei Nenner vollbracht ist, so fort blos mit den Zälern sich beschäftigt, dieselbe vergrösert oder verkleinert=sezt, (je nachdem man subtrahirt, oder addirt,) den Nenner aber beederseits unverändert läßt, oder gar nur einmal unten=an im Bruch schreibt. Er zeigt ja blos die Viel=Theiligkeit bestimmt an, welche die synthetische Einheit *) befaßt; das Substratum,

*) Eben dieß gilt von $\frac{2}{3}$, als Bruch=Gehalt, im Werth für sich betrachtet, d. i. im gemeßnen Raum, welcher ebenfalls bestimmt=begränzt ist, und als ein gewisses Ganzes beharrlich besteht

stratum, = 1, welches bleibt, wird doch nimmermehr von den wechselnden Accidenzien, oder Bestim-

---

steht. So bizarr dieß klingen mag, so ist doch der Ausdruck nicht zu umgehen. Dann blos so betrachtet, kommt $\frac{2}{3}$ auch bei neuen Unterableitungen, d. h. auch bei einem, (der Zal nach) veränderten Zäler und Nenner, immer als ein und dasselbe Quantum, dem Umfang noch, identisch vor. Denn, wenn auch dafür $\frac{10}{15}$ gesezt werden, so befaßt die Einheit der Apperception doch mit sicherm Bewußtseyn 2 = 10, als *eine* Weite, als *einen* Umfang, bezieht aber 2 auf die Eintheilung in 3 Abschnitte, und 10 auf die Einth. in 15, oder in die 5 mal zerstückte drei Abschnitte; so daß hier in der desfalls zu formirenden Proportion:

$$2 : 3 = 10 : 15 \text{ —}$$
$$a : b = ad : cd$$

der Gehalt der ersten Verhältniß mit dem der andern gänzlich in *Einheit* zusammen fällt, und nicht blos Aehnlichkeit, sondern völlige *Gleichheit* in Beziehung auf die wirkliche Weite des Raums zum Grund liegt; (wie solches auch der *gleiche* Exponent rechtlich indicirt.)

Das

Bestimmungen, die darinn so und anders seyn können, alterirt, weder vergrösert noch verkleinert, sondern steht beharrlich und unverrückt, als ein und dasselbe begränzte, immer synthetisch-construirte Ganze.

§. 21.

In der Lehre von der Division mit Brüchen $\left(\frac{c}{d} : \frac{a}{b}\right)$ überhüpft man meistens den Act der Reduction unter eine Benennung. Der mechanische Rechner kann auch denselben überhüpfen; aber bei unsern Erforschungen läßt sich schlechterdings nicht drüber hin faren. Die Natur dieser Division bleibt unergründet, und äusserst dunkel, wenn man hiebei eilt, und blos Resultate auftischt, ohne nach deren Herkunft mit Cartesianischem Zweifel-Mut zu fragen. Daß der Calkül zutrift,

 wenn

Das nehmliche hat bei $\frac{4}{5}$, und dessen Aequivalent: $\frac{12}{15}$ statt; der Verstand vereinigt den Gedanken $12 = 4$ vermittelst der reinen Anschauung im Raum, nach vorgängiger Construction desselben.

wenn man Zäler und Nenner im Divisor umkehrt, und sodann in den andern Bruch multiplicirt, liegt ausser Streit; aber was ist damit erklärt? wie entdecken wir die Berechtigung zu diesem Resultat? Davon ist die Frage!

Gehen wir doch wieder den obigen Weg, und nehmen abermals unsre zwei Linien mit Einschnitten vor uns. Es sey die Aufgabe: $\frac{4}{5}$ durch $\frac{2}{3}$ zu dividiren; $\left(\frac{c}{d} : \frac{a}{b}\right)$ so soll, nach dem Sinn derselben, nichts anders heraus gebracht werden, als zu erforschen: wie $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$ (dem Dividenden) enthalten sei? oder in welchem lichten Verhältniß $\frac{2}{3}$ gegen $\frac{4}{5}$ stehe?

Nimmermehr kann synthetische Einheit der Apperception diese zwo verschiedene Eintheilungen befassen, wenn sie so blieben. Es mus Gleichartigkeit in ihr (doch jederzeit begränztes) Maas kommen, d. h. eine und dieselbe Synthesis durchhin, (bei ungeändertem Umfang des Raums, oder des Valors,) durch eine Reihe kleiner identischer Einheiten hinein gelegt werden, so daß eine gewisse Series derselben beede

Grösen

Grösen fülle. Alsdann findet Vergleichung statt; alsdann läßt sich übersehen, wie weit läuft die eine Reihe? wie weit die andre? um wie viel überschiest die eine? wie oft begreift sie die andre? oder aliquote Stücke der andern? Hiezu verhilft dann ganz zuverlässig die obengelehrte Reduction unter einerlei Benennungen, welche nichts anders als Zurückführung auf Gleichartigkeit ist. *) Anstatt

*) Wer sich an diesen Ideen-Gang hält, wird ohne Mühe die unangenehme bei gar vielen mechanischen Rechnern sich einstelltnde Bedenklichkeit: daß in der Division mit Brüchen der Quotient gröser, als der Dividend ausfalle! — für sich zu beseitigen, fähig seyn. Der Quotient indicirt ja blos, wie viel mal der Divisor im Dividend liege, zeigt ja blos mit ganzen Einheiten, so weit möglich, an, wie sich die kleinen Einheiten gegen einander verhalten, wie oft ein Aggregat derselben das andre befasse, (etwa einmal, zweimal u. s. f. oder ein und ein-halbmal.) Natürlich mus daher derselbe (index rationis) immer in Vergleichung mit den Bruch-Grösen bedeutenter und höher (in Zalen-Belang) ausfallen.

$\frac{4}{5} : \frac{2}{3}$ erhalten wir nun $\frac{12}{15} : \frac{10}{15}$

$\frac{c}{d} : \frac{a}{b}$ . . . . $\frac{bc}{bd} : \frac{ad}{bd}$

und können sofort 12, als Dividenden, und 10, als Divisor in hell-anschaulichem Verhältniß gegen einander betrachten,

d. h. $10 : 12 = 1 : \frac{12}{10}$ d. i. $ad : bc = 1 : \frac{bc}{ad}$

od. $12 : 10 = \frac{12}{10} : 1$ oder: $bc : ad = \frac{bc}{ad} : 1$

Divi- Divi- = Quot.: Ein-
dend : sor heit.

Worauf uns kein Zweifel übrig bleiben kann, daß, da $\frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ in Gleichung beträgt, der Divisor $\frac{2}{3}$ nicht mehr und nicht weniger, als $1\frac{1}{5}$ mal in $\frac{4}{5}$, dem Dividenden, enthalten sei, welches bei nahe auch jedem Kind einleuchten mus, wenn es die obige zwei Linien mit ihren Einschnitten eine Weile betrachtet, und die Demarkationen darinnen sich in Anschauung wiederholt vorstellt.

§. 22.

§. 22.

Jede Multiplication mit Brüchen, mindert. Das Product ist jedesmal kleiner, als jeder der 2 Factoren. Z. B. $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ hat im Prod: $\frac{8}{15}$ d. i. $\frac{4}{7\frac{1}{2}}$ Also in $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$ ist $\frac{ac}{bd}$ als Product immer von weit kleinerem Gehalt, als $\frac{a}{b}$, und, als $\frac{c}{d}$ für sich. Man mus nur wohl sich vorstellen, was mit dieser Mltcation intendirt wird? Was sie besagt? und deshalb den Mltcator zuerst ganz einfach z. B. als $\frac{1}{5}$ $\left(= \frac{1}{d}\right)$ annehmen. Mit dieser Bruch-Gröse soll die andre $\frac{2}{3}$ $\left(= \frac{a}{b}\right)$ multiplicirt werden; d. h. ich soll $\frac{2}{3}$ oder $\frac{a}{b}$ weder einmal, noch zweimal, noch drei-noch viermal nehmen, sondern nur $\frac{1}{5}$ tel mal, $\frac{1}{d}$ mal; oder nur zum 5ten Theil, nur zu einem Theil, = d, Der Ausdruck: mal verirrt. Man trägt sich

sich immer dabei mit dem Wahn von Vergrösserung, da doch der Zweck auf Verstücklung einer gewissen Gröse geht, welche ich, dem Nenner gemäs, im ersten Act synthetisch construirt annehmen, im 2ten aber in einer gewissen bestimmten Destruction betrachten soll. Progressive Bezeichnung in 5 gleichartige (in Identität des Bewußtseyns successiv zusammentreffende) Glieder ist die ganze Synthesis; Fixirung der Vorstellung auf ein einziges dieser Glieder befaßt ein decomponirtes einzelnes Fragment dieses synthetischen Quantums, und verweilt darauf, auf diesem einen Fünftel von $\frac{2}{3}$, oder von $\frac{a}{b}$. Dieses eine Fünftel ist doch gewiß kleiner, als der unbeschnittene Umfang, oder Raum, der da heißt $\frac{a}{b}$, selbst? Unverneinlich! auch noch fortan immer kleiner, Wenn auch successiv in der neuen Synthesis fortgefaren, und anstatt $\frac{1}{5}$ tel, etwa $\frac{2}{5}$ od. $\frac{3}{5}$ gesezt würde? Wohl vergröserte sich damit wieder der verstückelte Raum, je mehr der Zäler stiege, er vergröserte sich gegen die erste

De=

Demarkation, die nur $\frac{1}{5}$ tel des Ganzen andeutete, aber immer, auch noch bei $\frac{4}{5}$, d. h. wenn es hieße $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$, bliebe er geringhaltiger, als $\frac{2}{3}$, der unangegriffene Raum $\frac{a}{b}$ für sich.

Eben dieses hat also auch z. B. bei $\frac{2}{7} \times \frac{4}{6}$ $\left(= \frac{8}{42}\right)$ oder $\frac{4}{21}$ und überhaupt bei jedem Act der Mltc. mit würklichen ächten Brüchen statt, der Mltcator sei nun $\frac{1}{d}$ oder $\frac{c}{d}$ oder $\frac{x}{d}$, wenn nur der Zäler kleiner, als der Nenner bleibt, wie dieß bei jedem wahrem genuinen Fragment der Fall ist.

In dieser Doctrin wird es übrigens nimmermehr gelingen, mit psychologischer Gründlichkeit zu verfahren, wenn man nicht darauf merkt, 1) daß der Multicand $\frac{a}{b}$ nicht in allen Hinsichten, als Bruch hiebei bestehe, sondern auch als Ganzes, als synthetische Einheit betrachtet werden müsse; 2tens, daß auch in

in Mltcation (mit Brüchen) Reduction auf einerlei Nenner, zur philosophischen Einsicht des richtigen Verfahrens dabei, erforderlich sey. Nehmlich (ad 1,) sobald der Act der Bruch-Mltation beginnen soll, mus ein bestimmt-begränzter Raum, ein anschaulicher Umfang vorhanden seyn, bei welchem Einheit der Anschauung, und Einheit des Bewußtseyns zugleich eintritt, wenn auch gleich $\frac{2}{3}$ oder $\frac{a}{b}$ die Bezeichnung heißt, welche wir ja auch = m annehmen können. Nun kommt der Bruch-Multiplicator zum Vorschein, und deutet mit seinen Nenner d, die Construction von m oder $\frac{a}{b}$ an, d. h. aus wie vielen kleinen Einheiten dessen Synthesis überhaupt bestehe, z. B. $\frac{5}{5} = \frac{d}{d}$, nehmlich m durchgängig als eingetheilte Totalität betrachtet, woraus sich von selbst ergiebt, was $\frac{1}{5}$ $(= \frac{1}{d})$ von dem ganzen m oder $\frac{a}{b}$, betrage, welcher abgeschnittene Raum auch füglich $\frac{m}{d}$ bezeichnet werden könnte: $(= \frac{a1}{bd})$.

Nun

Nun werfe man wieder einen Blick auf die grose Einheit, von der m, d. i. $\frac{a}{b}$ oder $\frac{2}{3}$ selbst nur Fragment ist, und als Fragment anfangs gegeben wurde; natürlich mus $\frac{m}{d}$, der kleine Raum ein ganz anders Verhältniß gegen diese grose Einheit haben, als gegen m für sich. Dann $\frac{d}{d}$ macht wohl m, aber nicht $\frac{b}{b}$ ($= \frac{3}{3}$) aus. Eine gewisse Anzal an einander gereichter $\frac{m}{d}$ kann aber die grose Einheit construiren.

Eben dies findet statt, wenn nicht $\frac{1}{5}$ tel, sondern $\frac{4}{5}$ d. i. $\frac{c}{d}$ als Mltcator angenommen wird; d. h. wenn wir denken:
$\frac{1}{5} \cdot 4 \text{ mal} = \frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{4}{5}$; od. $\frac{1}{d} c \text{ mal}, = \frac{1}{d} \cdot c$, d. h. $\frac{c}{d}$, und $\frac{c}{d}$ oder $\frac{4}{5}$ gegen die grose Einheit vergleichen, demnach diesen nun bleibenden (gefundenen, neu erzeugten) Raum gegen die

Tota-

Totalität, $\frac{b}{b}$ oder $\frac{3}{3}$ halten, und leztere daraus zu construiren unterfangen. Wir sehen sofort ein: $\frac{4}{5}$ von $\frac{2}{3}$ ist ohnmöglich auch $\frac{4}{5}$ von $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ d. i. vom Ganzen in dem nehmlichen Sinn, sondern mus da ein anderer Bruch seyn, der weit kleinern Gehalts seyn wird. Also auch der Theil von $\frac{a}{b}$ (oder m), der da heißt: $\frac{c}{d}$ (oder $\frac{mc}{d}$), mus viel öfters synthetisch wiederholt werden, um die grose Einheit $\frac{b}{b}$ auszufüllen, als solches nöthig seyn würde, um daraus $\frac{a}{b}$ d. i. m zu formiren.

So weit kommt man auf diesem Weg. Aber, wenn dann die Frage ist: Wie viel öfters ist die gedachte Wiederholung erforderlich? d. h. wie groß ist dann nun für Verstand und Anschauung das Schluß-Resultat mit völliger Bestimtheit; so gebricht noch die weiters erforderliche Helle auf dieser Bahn. Um nun diese zu erhalten, mus man abermals die Zurückführung unter einerlei

Benen-

Benennung auch hier eintreten lassen, und zugleich damit an die Grund-Eigenschaft jeder Mltcation (s. §. 9.) zurückdenken, nach welcher allemal das Product, als d. 4te Glied einer geometr. Proportion, zu betrachten ist, deren erstes = 1, die 2 Factoren aber die mittlern Glieder sind. Bei ganzen Grösen ist die Proportion dem Gehalt nach steigend, bei Brüchen (in Mltp.) fallend. Z. B. $1 : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} : \frac{8}{15}$ Durch Reduction unter einen Nenner wird diese Wahrheit höchst anschaulich:

$\frac{15}{15} : \frac{12}{15} = \frac{10}{15} : \frac{8}{15}$ d. h. Einh.: Mltca-tor = Mlted: Prodct.
(syntheti-sche)
Ex. $\frac{5}{4}$. $\frac{5}{4}$.

Beederseits mus ein Exponent stehen, (sonst wäre es keine Proportion;) d. h. das grösere Glied im ersten Verhältniß wird eben so erzeugt, wie das grösere im 2ten, (durch Mltc.) und umgekehrt das 2te (kleinere) im ersten V. eben so, wie das 2te (kleinere) im zweiten Verhältniß. (durch Div.)

Was verlangt man also bei Aufgabe einer Bruch-Multiplication? und was ist dabei, als bekannt, gegeben?

Bayerische Staatsbibliothek München

Man verlangt die Erzeugung einer Gröse nach eben der Weise, nach eben dem Maasstab, nach welchem eine bereits erzeugte vor Augen liegt, oder die Erfindung einer Zeit (zu einer andern) nach einer schon gegebenen.

Gegeben ist $\frac{15}{15} : \frac{12}{15}$, also auch deren bestimmtes Verhältniß, welches heist: $\frac{5}{4}$ (index rationis.) Also auch zu $\frac{bd}{bd} : \frac{bc}{bd}$ der Exponent, $\frac{d}{c}$. Gegeben ist weiter $\frac{10}{15}$, als erstes Glied des 2ten Verh. und dazu auch schon der Exponent $\left(\frac{d}{c}\right)$. Verlangt wird das 2te Glied. Aber siehe da! es ist auch schon gegeben. Dann, $\frac{10}{15}$ div. d. $\frac{5}{4}$, ist es eben $\left(\frac{ad}{bd} : \frac{d}{c}\right)$ d.h. $\frac{40}{75} = \frac{8}{15}$, oder $\frac{adc}{bdd} = \frac{ac}{bd}$. Die Erzeugung ist die nehmliche, wie im ersten Verhältniß; und eben dieß ward ja gefordert! also steht: $\frac{bd}{bd} : \frac{bc}{bd} = \frac{ad}{bd} : \frac{ac}{bd}$.

Und eben die Beschaffenheit hat es, wenn man das dritte Glied zum 2ten macht, oder die Function der Factoren verwechselt; wie sich dieses

dieses klar an folgender Stellung der Proportions-Reihe erprobt:

$$1 : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} : \frac{8}{15} \quad \text{oder} \quad 1 : \frac{a}{b} = \frac{c}{d} : \frac{ac}{bd}$$

als welche, wenn, nach obigen Vorgängen, die Reduction auf einerlei Nenner besorgt worden, den hellsten Commentar in sich selber trägt; als

$$\underbrace{\frac{15}{15} : \frac{10}{15}} = \underbrace{\frac{12}{15} : \frac{8}{15}} \quad \text{oder} \quad \underbrace{\frac{bd}{bd} : \frac{ad}{bd}} = \underbrace{\frac{bc}{bd} : \frac{ac}{bd}}$$

$$\text{Exp.}\ \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{oder} \quad \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

Nach meinem Ermessen resultirt daher hieraus, daß auch in der Multiplication, ohne beede Vorstellungen, oder Gegenstände auf Einheit der Apperception zurück zu führen, nimmermehr mit deutlicher Einsicht verfahren werden könne, ob ich gleich die Kürze des mechanischen Wegs in schnellem Gebrauch ganz unangefochten lassen will. Ich weis, daß in keinem Lehrbuch etwas hievon erwähnt wird, kann mich aber dadurch nicht abwendig machen lassen, meine Ueberzeugung frei vorzutragen, nach welcher ich behaupte, daß man 1) auf

dem gewöhnlichen Weg, (ohne Reduction auf e. N.) zwar begreiflich machen könne, das Product müsse wohl kleiner, als jeder der Factoren seyn, auch durch viele zutreffende Folgen darthun könne, daß richtig gerechnet sey; nach welcher ich aber ferner 2) behaupte, daß blos Reduction auf einerlei Nenner anschaulich und begreiflich mache, um wie viel kleiner das Product sey, als jeder Factor, und als das Ganze? in welchem Verhältniß dieser zulezt-ausgeworfene kleine Raum gegen den ganzen Raum $\left(= \frac{b}{b}\right.$ oder 1, $\left.\right)$ stehe? und wie derselbe immer, als das 4te Glied einer niedersteigenden geometrischen Proportion, betrachtet werden dürfe? —

Das Schema einer Linie, die Gleichartiges synthetisch enthält, und als bestimmt-vollendet gedacht wird, kommt auch hier unsrer Ueberzeugung gar sehr zu statten. Groser und kleiner Raum ist darinn ganz ohne Hülle anschaulich. Zwei mal kommt die Frage dabei vor, wie oft faßt der erste den leztern? Und die Antwort ist identisch-dieselbe, d. h.

zwo

zwo Vorstellungen vereinigen sich in einem Bewußtseyn, stosen in einem Exponenten zusammen, und involviren ganz gleiche Erzeugung; Ein Act wird wiederholt in beeden Verhältnissen; und diese Einheit ist eben die ausschliesliche Bedingung der Einsicht der deducirten Resultate selbst. Hiemit vergleiche man Kants Proleg. §. 22. u. 38. und in der Krit. d. r. V. die Deductionen der Categorien §. 15 = 25, und man wird gewiß von der Triftigkeit dieser Vorstellungs = Art überführt, das Interesse des Psychologen und die Billigkeit seiner Wünsche anerkennen, diese Lehre in Zukunft doch mit mehr metaphysischem Fleiß cultivirt zu sehen, als derselben bisher hat zu Theil werden sollen. Kant spricht freilich kein Wort vom Mult. und Dividiren, aber man verfolge den Grund seiner Gedanken. — Ich werde auf keiner Schleich = Bahn betreten werden!

Zweite Lucubration.

Einführung in Algeber selbst,

mit Anwendung auf Raum und Zeit.

The force of Nature could no further go;
To make a third, she join'd the two.

Dryden.

Von entgegen = gesezten Grösen.

§. 23.

Gelehrte und Ungelehrte sprechen von positiven und negativen Grösen.

Ihre Bezeichnung ist ebenfalls allgemein bekannt. Die erstere deutet man durch +, die leztere durch — an.

Gewöhnlich aber verfällt man beim Eintritt in das Reich der Algeber in folgenden Irrthum: Man wähnt:

Das Zeichen — deute blos eine Abwesenheit, eine Tilgung einer bezeichneten Gröse an:

Diese Vorstellung ist aber sehr vag und unvollkommen, und verleitet daher öfters zu Irrthum.

+ und — sind entgegen-gesezte Zeichen. Aber — drükt nicht allein die Abwesenheit von + aus, (sonst gälte es jedesmal nur so viel, als o, oder eine vernichtende Nulle,) sondern — zeigt auch an, man steige unter ein gewisses Maas um so viel noch herunter, als + wenn es von Bestand geblieben wäre, über dieses Maas hinauf erhöhet hätte;

— zeigt an, nicht nur, der Wurf übers Ziel sei nunmehr blos bis ans Ziel hin anzunehmen, sondern, so bald — steht, mus auch noch weiter rückwärts, vom Ziel her gegen uns, gerechnet werden, und zwar so viel herwärts, (regressiv) als + übers Ziel hinaus (Schritte oder Schuhe) betragen hätte.

—5b deutet nicht nur an, es kämen dir keine 5 b zu, es deutet nicht nur an, du be-

säßest auch nicht ein b, sondern es sagt sogar so viel: Du hast nicht nur keine 5 b, du bist ganz im entgegengesezten Fall, du bist um 5 fehlende b im Anspruch, du bist 5 b schuldig, du bist um 5 b im Rückstand.

§. 24.

Das Verfahren mit + und — in allen 4 Specien wird, meines Bedünkens, aus Beispielen am besten erlernt, welche in unterhaltenden Aufgaben aus Fällen des gemeinen Lebens genommen sind. Im allgemeinen bemerke ich aber desfalls nur folgendes:

Von Subtraction wird oft in dieser Doctrin gesprochen, wenn doch wirklich keine vorhanden ist.

Vorhanden ist Subtraction, wenn 1) b von + a + b abgezogen werden soll: d. i. + b soll wegfallen, oder $a + b - b = a$. 2) Wenn von $a - b$ abzuziehen ist $c + b$. Der Rest ist evidend $a - b - c - b$. d. h. $a - c - 2b$.

3) Wann von $+ b - c$ abzuziehen ist $d - e$; der Rest mus seyn $+ b - c - d + e$. Warum + e? Weil, d allein abgezogen, die Gröse $+ b - c$ in der Differenz um e zu viel ver-

vermindert erscheinen würden; weshalb dann e dem Betrag des Restes gut zu schreiben ist.

Nicht vorhanden ist Subtraction, 1) wenn gefordert wird, von a — b abzuziehen — e. Offenbar existirt da gar kein Subtrahend, e, sondern — e hängt etwa nur an einer andern Gröse, wie nr. 3. bei d — e; wo also natürlich aus — e in der Differenz selbst ✠ e wird. 2) Wenn es hiese: ziehe — a — b ab: Wo — a zuverläsig nicht für sich bestehet, sondern ebenfalls als Anhang, z. B. in f — a, wovon etwa abgehen soll g — a: also restirte f — a — g ✠ a.

Hieraus bildet man die allgemeine Regel: In jeder Aufgabe in Subtraction wird blos die am Subtrahend vorhandene positive oder negative Bezeichnung in ihr Gegentheil verwandelt, und also (in der Differenz) angedeutet.

§. 25.

In Multiplication giebt ✠ ✕ — im Product eine negative Gröse. Denn der Sinn ist (z. B. bei ✠ a ✕ — b:) das sonst

vorhandene a soll ich im entgegengesezten Fall denken, und demnach als nicht vorhanden so oft nehmen, so viel Einheiten b enthält. d. i. — a soll ich b mal nehmen; welches in Bezeichnung mit — a b ausfällt.

Dagegen — ✕ — giebt ✛; oder — a ✕ — b ist im Product = ✛ a b Denn der Sinn ist: a war bis an einen gewissen Moment nicht vorhanden; Nun aber soll ich diese Gröse im entgegengesezten Fall denken, und zwar, (als Factor) so vielmal denken, so vielmal b Einheiten enthält, oder gros ist, d. i. — a — b = ✛ ab. *)

Mit

*) In wirklicher Anwendung kommt die Ueberzeugung von allen diesen Säzen selber viel leichter, als wenn man sich oder andere in der reinsten Abstraction, von der Evidenz dieser Wahrheiten, noch so hartnäckigt zu überführen sucht. Die trockensten und tiefsten Evolutionen darüber habe ich in Crousaz Algeber (S. 29 — 49.) angetroffen; Er beweißt sehr stringent, und genau. Seine sechs verschiedene Beweise, daß — ✕ — im Product ✛ gebe, zeugen von erstaunlicher recht eiserner Geduld, und von dem beharrlichsten Fleiß, dieses Theorem auf allen Seiten zu beleuchten.

Mit Division verhält sichs eben so. Die nehmliche Vorstellungs = Art verbindet uns hiezu.

§. 26.

Wie rücken nun in Algeber selbst ein. Durch besondre Kunstgriffe unbekannte Grössen zu eruiren, oder solche, wenn sie unter bekannten versteckt liegen, aus diesen gleichsam heraus zu winden, und gegen bekannte Aequivalente überzustellen, ist das Haupt=Geschäft dieser grossen Wissenschaft. Da sie auch Analysis heißt, so führt schon dieser ihr Name darauf, daß wohl Synthesis, bei der Forderung jeder Auflösung, zum Grund liegen müsse. Dem ist auch so! Man stelle sich bei jeder algebr. Aufgabe nur immer anfangs eine gewisse Zeit, oder einen bestimmten Raum mit verschiedenen möglichen Eintheilungen, oder eine Linie mit Einschnitten vor, und bemerke, was als bekannt = zugestanden wird, synthetisch neben einander, entweder progessiv mit ✠, oder regressiv mit —. Beispiele werden alles erläutern: 1) A und b seien bekannt, x unbekannt; die Bedingung in der Aufgabe sei folgende,

gende: $x + b = A$, und die Frage: was ist x nach dieser Voraussezung, oder Stellung?

A umfaßt einen Raum, so groß, als x und b; man kann sich denselben in der Synthesis denken, als aus b und noch einer Gröse construirt. Wie? wenn nun in der Linie die das Ganze vorstellte, zurückgeschritten würde, so viel, als der Abschnitt b betrüge, (welcher Act durch $A - b$ bedeutet würde,) so bliebe wohl nothwendig der andre Abschnitt, der andre construirende Theil, d. i. x, übrig. *) Demnach wäre die Gleichung evident: $A - b = x$, und damit das unbekannte x durch einen Regressus gefunden, welcher aber nicht möglich gewesen wäre, wenn man A nicht synthetisch gedacht hätte.

2) Wenn die Gleichung gegeben wäre $x - b = a$, wie wäre x zu finden? Natürlich ist x allein hier gröser, als a, weil es, ohngeachtet eines gesetzten Abzugs (b) dennoch, der Angabe nach, a noch gleich-kommen soll.

Aber

*) Weil ich den Act des Regressus ja auch so vorstellen könnte: $x + b - b = x$.

Aber bestimmt, wie groß? erfährt man so: $x - b$ läßt sofort einen Regressus ahnden, der schon vorgegangen, (nicht, wie nr. 1 erst vorzunehmen) wäre. $x - b$ ist also ein Stück eines synthetischen Ganzen, folglich auch a das nehmliche Stück, (wegen des Sazes $=$.) Demnach ist hier progressiv zu verfahren, um das destruirte Ganze wieder synthetisch herzustellen. Es wird wiederhergestellt, wenn $+ b$ an a angeschlossen wird, oder an das Aequivalent von a, an $x - b$, mit der Bezeichnung $a + b = x - b + b$. Was heißt aber $x - b + b$ anders, als x allein? Folglich ist die Gleichung dazu am Tage: $x = a + b$; und zugleich damit, daß uns progressive Synthesis zu dieser Evidenz geführt hat.

3) Wäre die Aufgabe, aus $x - a + b = c$ wieder blos x zu finden, so müßten wie zuerst progressiv, (nach nr. 2) sodann aber regressiv (nach nr. 1) verfahren. Also einmal sezen: $c + a = x - a + b + a$ d. i. $= x + b$, indem sich a hier hebt; sodann regressiv $c + a - b = x + b - b$, d. h. $= x$ allein, so daß damit durch zwo entgegengesezte Verstandeshandlungen x erforscht worden wäre. Nur

hieraus

hieraus ist das mechanische Umkehren der Zeichen erklärlich, welches so oft ohne Erklärung docirt (geboten) wird.

4) Wäre die Frage, aus $ax = b$ das unbekannte x zu finden, so gelangten wir abermals regressiv hiezu; die Grund-Vorstellung müßte aber voraus gehen, daß, x synthetisch so viel mal gesezt, als a angäbe, $= ax$ sei. Wird von diesem synthetischen Ganzen hiernächst a so oft abgezogen, (s. §. 4. u. 5.) als es Einheiten befassen mag, mit der Bezeichnung $\frac{ax}{a}$, so bleibt natürlich x allein, und, wenn mit b auf gleiche Weise verfahren wird, $\frac{b}{a} = x$. Diese Handlung ist aber nicht gedenkbar, ohne b ebenfalls, als eine aus zween Factoren synthetisch-construirte Gröse, zu betrachten; alsdenn aber läßt sie sich freylich eben so regressiv decomponiren, wie ax.

5) Der entgegensezte Fall hat statt, wenn x aus $\frac{x}{a} = b$ erforscht werden soll. Hier zeigt der Saz selbst schon regressive Decomposition an; Folglich mus durch progressive Synthesis

das

das mögliche Ganze wieder hergestellt werden. $b \times a$ und $\frac{x}{a} \times a$ wird dieß bewerkstelligen; d. h. es wird seyn $ba = \frac{xa}{a} = x$.

6) Ist aber die Aufgabe: x aus $\frac{a}{x} = b$ zu finden, so mus zuerst progressiv (nach nr. 4), sodann aber regressiv (nach nr. 5) verfahren werden, zuerst nehmlich $\frac{ax}{x} = bx$, d. i. $a = bx$, sodann analytisch $\frac{a}{b} = \frac{bx}{b}$ gesezt werden, woraus erhellt, daß $\frac{a}{b} = x$ sei.

Fast alle Combinationen in einfacher Algeber lassen sich auf diese 6 gedrängt-angereihte Erörterungen zurückführen, und so ins reine bringen. Z. B. Wenn die Aufgabe heißt: x aus $ax + b - c = d$ zu finden; so verfährt man zuerst nach nr. 1 oder 3; d. h. man denkt: $ax = d - b + c$, und dividirt sodann (nach nr. 5.) $\frac{ax}{a} = \frac{d - b + c}{a}$ d. i. $= x$.

oder

oder, wenn die Frage wäre: was x sei aus der Gleichung: $\frac{ax}{b} - c = d$; so sezten wir zuerst (progressiv-synthetisch) $\frac{ax}{b} = d + c$, und ferner beede Glieder $\times$ mit b, also $ax = (d + c).b$. hierauf (regressiv-analytisch) $\frac{ax}{a} = x = \frac{(d + c)b}{a}$

§. 27.

Dieser lezte Saz, oder die Bezeichnung: $\frac{(d + c)b}{a}$ hätte auch so gestellt werden können: $\frac{db + cb}{a}$. Dieses führt uns auf eine wichtige Bemerkung. So oft nehmlich *ein* Mltcator zweimal vorkommt, z. B. $nb + rb$ so läst sich die Bezeichnung zusammenrücken in $(n + r)b$, und die Bedeutung bleibt die nehmliche, daß b Factor zu beeden Grösen sei. Daher ist auch $hb + nb + rb = (h + n + r)b$; und eben so $nb - rb = (n - r)b$. Hiemit wird uns die Auflösung folgender Aufgabe wohl nicht schwer oder befremdlich fallen, wenn das unbekannte x in einer Gleichung etwa öfters vorkäme: z. B. $-bx + cx = d$. Denn wir wüßten

wüsten nun schon: $ax - bx + cx$ ist so viel, als $(a - b + c)\,x$; und so behandelten wir nun die Gleichung ganz nach nr. 4, als eine aus zween Factoren synthetisch construirte Gröse, *) welche wir demnach regressiv zu analysiren hätten. D. i. es wird beederseits mit $a - b + c$ dividirt, und x ist gefunden. Denn $\frac{(a-b+c)\,x}{a-b+c}$ ist $= \frac{d}{a-b+c} = x.$

In diesem, wie in allen ähnlichen Fällen beruht übrigens die gewünschte vollkommene Evidenz auf Zusammenfassung unter synthetische Ein-

*) Die oben gerühmte Rücksicht, den einen Factor, x, als blosen Anzeiger zu betrachten, kommt hier gewis jedem Anfänger sehr zu statten; auch dabei die Vorstellung eines synthetischen Raums, in welchem z. B. 2 Fundamental-Grösen, a und c, liegen; Jede derselben wird synthetisch wiederholt, und ein gewisses Ganzes durch deren Wiederholnng erzeugt. Nur die Vielheit der Wiederholnug indicirt x. Demnach braucht es natürlich nur einmal hingesezt zu werden; es deutet so fort auf beede hin.

Einheit der ursprünglichen Apperception gemäs, die Grösen-Bezeichnung mag aussehen, wie sie will, $a - b + c$, oder nt, oder $\frac{a}{b} + z$. Von dieser obersten Bedingung aller Einsicht ist niemals abzugehen.

§. 28.

Schwerer ist die Erforschung, wenn nicht blos eine, sondern zwo unbekannte Grösen in gesezten Gleichungen vorkommen. Z. b. wenn die Frage ist; aus $ax + by = c$ und $fx + gy = h$ die zwo Grösen x und y zu eruiren, indem die andern, a, b, c, f, g, h, gegeben oder bekannt sind. Mechanisch ist die Auflösung *) nach Eulern (§. 46. in 2 Th. s. Alg.) folgende: Aus der 1sten Gleichung wird $x = \frac{c - by}{a}$ 1) aus der 2ten $x = \frac{h - gy}{f}$.

Also

*) Blos durch folgende Bemerkungen, die Euler (subintell.) wegläst, wird diese Analyse verständlich: ad 1) Wenn $ax + by = c$ ist, so ist auch $ax = c - by$; und daraus durch Div. $\frac{ax}{a}$ d. i. $x = \frac{c - by}{a}$. Eben dieß Benehmen hat bei der Gleichung zu h statt.

2) Ei-

Also ist auch $\frac{c-by}{a} = \frac{h-gy}{f}$. Mit a $\times$ beederseits, wird: $c - by$. 2) $= \frac{ah - agy}{f}$.

---

1) Eigent. $\frac{c-by}{a} . a$, welches aber $= c - by$ ist.

3) Eigent. $\frac{(ag-bf)y}{ag-bf}$, welches aber $= y$ allein ist.

4) Man nimmt aus der obigen Gleichung zu $x = \frac{c-by}{a}$ blos $-by$ heraus, sieht es, als: $-b \times y$ an, und multipl. mit dem gefundenen Aequivalent von y in $-b$. Also eigentlich: $\frac{ah - fc}{ag - bf} \times -b$, d. h. $\frac{-abh + bcf}{ag - bf} = -by$.

5) Diese Vorstellung geht am schwersten ein. Folgender Weg führt successiv zur Ueberzeugung. Zuverlässig ist $c + \frac{b}{a} = \frac{ca}{a} + \frac{b}{a}$ d. i. $= \frac{ca+b}{a}$; und eben so auch $c - \frac{b}{a} = \frac{ca-b}{a}$.

Demnach auch weiter:

$$c - \frac{abh}{ag} = \frac{cag}{ag} - \frac{abh}{ag} \text{ d. i. } = \frac{acg - abh}{ag}$$

Natürlich mus also jedesmal auf ähnliche Art der ganze Nenner über den Strich in den Zäler kommen.

Mit f multiplicirt beederseits,

entsteht: $fc - fby = ah - agy.$

Mit Addit. von agy beeds. entsteht: $fc - fby + agy. = ah.$

und wenn fc beeders. subtrahirt wird $-fby + agy = ah - fc$

$= (ag - bf)y = ah - fc$

endlich, wenn mit $ag - bf$ beederseits dividirt wird, entsteht: $\frac{ah - fc}{ag - bf} = y.$ (S. nr. 3. in der Note.)

Nun wird dieß aus lauter bekannten Grösen bestehende Aequivalent für y benüzt, auch x zu finden, wie folgt: Erstlich ist also: 4) $-by = -\frac{abh + bcf}{ag - bf}$, u. daraus $c - by = c - \frac{abh + bcf}{ag - bf}$; oder

---

kommen, wenn gleicher Gehalt bleiben soll; sodaß, auch wenn der Saz hiese:

$c - \frac{abh + bcf}{ag - bf}$, sicher $= \frac{acg - bcf - abh + bcf}{ag - bf.}$

ausgesezt werden müßte, welches eben das Aequivalent von $c - by$ ausmacht, und in dieser Darstellung uns zu der Berechtigung verhilft, durch + und − die Gröse bcf zu heben. Folglich wird dieser Kunstgriff blos als Vehikel angewandt, um einen weitläufigen Bruch abzukürzen, und eine verschiedene *ganze* Gröse, c, die mit ihm connex steht, zur synthetischen Einheit der Apperception zu bringen.

od. was eb. 5) so v. h.: $c - by = \frac{acg - bcf - abh + bcf}{ag - bf}$

d. h. da sich bcf, hebt $= \frac{acg - ahb}{ag - bf}$, od. $\frac{(cg - bh)a}{ag - bf}$;

woraus endlich, wenn beederseits mit a dividirt wird, heraus kommt:

$$\frac{(cg - bh)a}{(ag - bf)a} = \frac{(cg - bh)a}{ag - bf} : a = \frac{cg - bh}{ag - bf} = \frac{c - by}{a} = x.$$

So weit Euler! Bei dem lezten Saz mus man aber ja nicht vergessen, den Blick, auf obige 1ste Gleichung zurück zu werfen, welche wir im Anfang blos formal, ohne noch y zu kennen, regressiv zu Stand gebracht hatten.

Auf ähnliche Weise wird nun verfahren, wenn drei und mehrere unbekannte Grösen zu erforschen sind. Die ausgespähte Synthesis einer unbekannten Gröse führet sicher progressiv zur Einsicht der andern. Substitution der Aequivalente, und deren geschickte Einrückung bringt jedesmal alles ins Licht.

§. 29.

Ich eile, meinem Zwecke gemäs zu Beispielen, aus Raum und Zeit (diesen grosen Steinen des Anstosses in der Kantischen Philosophie,) hergenommen. Die Betrachtung über ihre Verwandtschaft wird, meines Bedünkens, sonderlich interessant, wenn man sie durch einige algebraische Probleme hindurch in verschiedenen Stellungen mit einander zu vergleichen, Anlaß gehabt hat.

Problem. Es sei bekannt: Der Körper, A, durchstreiche einen bestimmten Raum (= 1) in der Zeit von 4 Min. (4 = m.)

Dagegen der Körper, B, den nehmlichen Raum (= 1) in der Zeit von 14 Min. (14 = n).

Und nun wird, nach fester Voraussezung dieser Bedingungen, der Fall in Frage gestellt: Wenn dem Körper, A, eine kleinere Zeit = x gegeben werden sollte, und dem Körper B ebenfalls diese Zeit = x, so daß beede in der vorigen Geschwindigkeit fortliefen, die Summe ihrer (in n) durchstrichenen Räume aber erst (synthetisch-verknüpft,) den obigen ganzen Raum = 1 aus-

ausmachte; was wird demnach x seyn? oder die bestimmte hiezu nach obigem Verhältniß erforderliche Zeit? und wie gros sind also die Räume für A und für B, welche sie in der Zeit x zurück legen? *)

---

*) Es ist wohl leicht begreiflich, daß man unter dem Körper A und B auch Boten, Couriere, Sterne u. s. w. verstehen könne. J. Luja (in s. Amusemens arithm. et algebr. Gen 1779 T. II. S. 205) vergleicht, mittelst ähnlicher Bezeichnung, die Geschwindigkeit eines Cabriolets, und einer Kutsche auf dem Weg von Genf nach Lousanne. --- Unter dem Raum = 1 kann mein Leser die Länge des Tisches, an dem er eben sizt, füglich denken. Weil spielende Probleme in Algeber manche Personen sonderlich reizen, so habe ich auch diese Aufgabe, für sehr sinnliche Phantasien, wie folgt, ausgesonnen: Acton hat 16 grüne Spielmarken vor sich, Bion 48 rothe. Actons 16 Marken betragen in Geltung 1 Thlr. Bions 48 Marken ebenfalls nur 1 Thlr. (Sind also viel geringhaltiger im Werth.) Nun fragt jemand: Wie viel Marken darf man dem Acton und Bion nehmen, wenn beeden noch eine gleiche Anzahl (ihrer Sorten) bleiben, und sothane ihre Reste (nach oben

Auflösung. Wer den Sinn der Aufgabe nur einigermasen gefaßt hat, wird einsehen, daß für den Körp. A zween Räume und zwei Zeiten, und für B ebenfalls 2 Räume, u. 2 Zeiten in Betracht kommen. Folgende zwo Proportionen leiten aber blos durch ihre Stellung zur völligen Einsicht der Meinung des Problems, und machen ein weiteres Scholion über dessen Sinn selbst überflüssig:

Iste Proportion: (für A)

m	:	x	=	1	:	$\frac{x}{m}$
Zeit von 14 Min.	:	zur unbekannten gesuchten Zeit.	=	wie / der Raum in m durchstrichen /	:	zu dem Raum in x durchstr.

IIte Proportion: (für B)

n	:	x	=	1	:	$\frac{x}{n}$
Zeit von 4 Min.	:	zur unbekannten gesuchten Zeit.	=	wie / der Raum in m durchstrichen /	:	zu dem Raum in x durchstr.

Hiebei

oben angegebenem Valor) zusammen addirt, gerade den Werth von 1 Thlr. noch ausmachen sollen? [16 sei m; 48 sei n.] Ein geübter Rechner braucht zu dieser leichten Aufgabe keine Algeber; das gestehe ich gerne zu. Aber schneller ist der Algebraiker mittelst seiner zwei concisen Formeln

Hiebei mus man sich aber schlechterdings den zuerstgesezten Raum (= 1) als eine synthetische Einheit, d. i. als eine (synthetisch vereinigte) Zahl von Graden oder Ruthen denken, das heißt: als Zusammenfassung des gleichartig-Mannigfaltigen (nach der Form der Sinnlichkeit gegebenen) in eine anschauliche Vorstellung, (nach Kants Kr. §. 26. s. 160. N. A.) welche Periphrase dieses bestimmten Raums nun ganz verständlich seyn wird, und gewiß nicht irrelevant ist. Denn nun läßt sich, wegen seiner synthetischen Beschaffenheit, auch ein Bruchstück desselben denken, d. i. ein Abschnitt seiner synthetisch verknüpften Theile, $\left(\frac{x}{m}\right)$ welcher, als Quantität, in dem nehmlichen Verhältniß gegen dem Raum, 1, stehen mus, in welchem die Zeit x, gegen die Zeit m steht, weil ja sonst gar der Saz der Proportion nicht statt fände, der doch gewiß nach dem Sinn des Problems statt findet, und natürlich also einen identischen

Formeln doch zuverlässig fertig. Dabei ist sein Gang viel sicherer, und trägt anschauliche Demonstration in sich selbst.

Exponenten beederseits bereits voraussezet, oder involvirt. So oft also das 2te Glied in dem ersten enthalten ist, so oft mus auch das 4te in dem 3ten liegen.

Im allgemeinen ist folglich sicher $\frac{x}{m}$ der in der Zeit x von A durchstrichene Raum; und $\frac{x}{n}$ der in eben der Zeit von B durchstr. Raum.

Diese addirt, d. h. die Summe dieser 2 Räume, $\frac{x}{m} + \frac{x}{n}$ soll $= 1$ seyn, laut der Angabe im Problem selbst, oder die Zal der Grade, welche A und B in der Zeit x durchlaufen, *soll*, summirt, $= 1$, d. i. der synthetischen Einheit gleich seyn, welche den ganzen Raum vorstellt, den wir als einen Inbegriff gleichartiger Theile, oder als eine Zusammen-Fassung von Graden, nach dem Obigen schon kennen. Also verstehen wir nun die Gleichung $\frac{x}{m} + \frac{x}{n} = 1$, der Form nach, und im allgemeinen ziemlich wohl, freilich aber, dem Inhalt nach, immer noch nicht, da uns die Zeit x noch fortan eine unbekannte Gröse ist. Allein nach dem vorigen §. wird die-

dieselbe nun leicht eruirt, mittelst folgenden Benehmens: Man multipl. beederseits mit m; so entsteht:

$$\left(\frac{x}{m} + \frac{x}{n}\right). m = 1 \times m, \text{ d. h. } x + \frac{mx}{n} = m.$$

Sodann multiplicirt man mit n; so entsteht: $nx + mx = mn$. oder $(n + m)\,x = mn$.

Und div. endlich mit $n + m$ beed. s. so heißt d. Quot:

$$\frac{(n+m)\,x}{n+m} = \frac{mn}{n+m} \text{ d. h. } = x$$

In Zalen: $\frac{4.\ 14}{4+14} = \frac{56}{18}$ d. h. $3\frac{1}{9} = x$

Womit dann die Zeit x und also auch $\frac{x}{m}$ und $\frac{x}{n}$, weil wir m und n als bekannte Grösen kennen, gefunden sind.

Alles steht aber in höchster Evidenz, wenn wir die obige Proportionen, dem vorhandenen Aequivalent von x gemäs, nun also ausdrücken:

Iste Proport. für A, in welcher sofort $\frac{mn}{n+m}$ anstatt x vorkommt, und also auch das 4te Glied darnach, bekanntem Verfaren gemäs, bezeichnet wird:

$$m : \frac{mn}{n+m} = 1 : \frac{n}{m+n}\text{*)}$$

$$4 : 3\frac{1}{9} = 1 : \frac{28}{36} \text{ d.i. } \frac{7}{9}$$

Zeit v. 4 Min.	:	zu der im Probl. gesezten Zeit, x.	=	wie der Raum in m durchstr.	:	zu dem Raum, in der Zeit von $3\frac{1}{9}$ Min. durchstrichen.

IIte Proport. für B nach ähnlichen Benehmungen:

$$n : \frac{mn}{m+n} = 1 : \frac{m}{m+n}$$

$$14 : 3\frac{1}{9} = 1 : \frac{28}{126} \text{ d. i. } \frac{2}{9}.$$

Demnach hat A in der Zeit von $3\frac{1}{9}$ Min. von

dem

---

*) Eigentlich hiese deses Aequivalent für $\frac{x}{m}$, (als Prod. der i. Gl. durch m div.) $\frac{mn}{n+m} : m$. d. i. $\frac{mn}{m.\,n+m}$, wodurch sich aber m hebt, und eben $\frac{n}{m+n}$ heraus kommt.

dem vorigen ganzen Raum (= 1) gerade $\frac{7}{9}$ durchlaufen,

und B in gleicher Zeit von $3\frac{1}{9}$ M. von demselben Raum nicht mehr, als $\frac{2}{9}$.

Die Richtigkeit des Calküls bewährt sich einleuchtend durch die Probe: $\frac{7}{9} + \frac{2}{9} = \frac{9}{9}$, d. h. = 1; und eben so:

$$\frac{n}{m+n} + \frac{m}{m+n} = \frac{m+n}{m+n} \text{ d. h.} = 1.$$

Diese Auflösung kann jeden, der ihr auch nur einige Minuten nachdenken mag, auf die Bemerkung führen, daß also der bekannte sowohl als unbekannte Raum sich durch Zeit-Theile vorstellig machen, d. h. durch eine successive Synthesis solcher Theile construiren lasse. $\frac{9}{9} = 1 = \frac{n}{m+n} + \frac{m}{m+n}$, deutet diesen Raum offenbar, als durch die Zeit sinnlich erzeugt, in synthetischer Verknüpfung, an. Jeder bestimmte Raum (können wir aber weiter in diesem Gedanken fortfaren,) ist demnach

wohl,

wohl, als Zeit-Bestimmung, als **Zeit-Reihe** auszudrüken, (ausdrükbar,) ja seine Bestimmung zu einem zu construirenden Quantum ist ohne Succession in der Zeit, und ohne Synthesis gleichartiger Zeit-Theilchen nicht denkbar. Also besezen wir gleichsam jeden Raum, welchen wir, als Gröse, bestimmen wollen, mit der Zeit, oder mit einer gewissen Summe kleiner synthetisch-verknüpfter Zeit-Einheiten. Durch dieses Mittel fanden wir auch in der vorigen Analyse unser $\frac{x}{m}$, den unbekannten Raum für A, und sodann auch $\frac{x}{n}$, den Raum für B, so wie den grosen Raum ($= 1$) *selbst.* Construction durch Zeit-Theile mußte uns die Apprehension desselben deutlich ja selbst möglich machen.

§. 30.

Wenn wir diesen Erforschungen nachhängen, so gerathen wir nahe-hin auf den fernern Gedanken: „Wie? wenn wir „jedesmal, so oft uns in mathematischen „Problemen, Raum und Zeit zu vergleichen ge„boten wird, eigentlich blos Zeit mit Zeit zu

„Theile

„vergleichen hätten? und also jedesmal gegebene „oder gesuchte Räume zuförderst durch Zeit-„Theile construiren müßten, um uns der Gröse „dieser Räume, mit Ueberzeugung, bewußt zu „werden?"

Die Antwort auf diese Fragen fällt bejahend aus, so viel wir nur Beispiele durchspähen mögen. Unser obiges veranlaßt uns daher auch zu folgendem Ideen-Gang: Eine Zeit von 4 Min. verhält sich zu einer von $3\frac{1}{9}$, wie ein mit 9 Zeittheilen besezter Raum zu einem andern, welchen nur 7 dieser Zeit-Theile füllen: $4 : 3\frac{1}{9} = \frac{9}{9} : \frac{7}{9}$; wo also ganz und gar Gleichartiges mit Gleichartigem beederseits verglichen wird.

Diese Erörterungen machen uns, meines Bedünkens, sonderlich geschickt, Kants Lehre von der Zeit, und von dem sogenannten Schematismus der r. Verstandes-Begriffe einzusehen. Die Abhandlung darüber ist eine der tiefsinnigsten und schwersten, (er nennt sie selbst in sein: Proleg: §. 34. äusserst troken,) in

in seinem grosen Werk. *) Man erwäge nun folgende Behauptungen von ihm:

„Raum ist die Form aller äussern Ge„genstände, als Erscheinungen: Zeit, die „Form der innern, (d. i. der Gemüts-Zustän„de,) und auch der äusern zugleich, in so „ferne nehmlich alle menschliche Vorstellungen, „ohne Ausname, (sie mögen nun äußre Dinge „zum Gegenstand haben, oder nicht,) als Be„stimmungen des Gemüts, zum innern Zu„stand gehören.“ (Krit. S. 50.) Dieser Umfang oder diese Erstrekung des Gebiets der Zeit über alle Erscheinungen, der Form nach, ist uns sehr wichtig, und die Vorstellung davon durch obige Betrachtung gewiß sehr erleichtert. Weiter:

„In allen Subsumtionen eines Gegen„stands unter einen Begriff mus die Vor„stellung des erstern mit der leztern gleichartig „seyn. Reine Verstandes-Begriffe und sinnl. Anschau-

*) S. Krit. d. r. V. §. 5 — 9. Aesthet. und vom Schem. d. V. S. 176 — 187. u. A. In der 1sten Ausg. S. 137.

„Anschauungen sind ganz ungleichartig, und kämen „also in der Anwendung nimmermehr zusammen, „wenn nicht Zeit in der Mitte inne stünde, „und zu der nöthigen Vereinigung behülflich „würde. Zeit ist gleichartig, einers. mit der „Categorie, andrerseits mit der Erscheinung. „Die Categorie, od. der Verstandes=Begriff „(z. B. der Quantität,) enthält reine synthe„tische Einheit des Mannichfaltigen überhaupt. „Die Zeit, als die formale Bedingung des „Mannigfaltigen des innern Sinns, mithin „der Verknüpfung aller Vorstellungen, enthält „ein Mannigfaltiges a priori in der reinen An„schauung. Nun ist eine transcendentale Zeit„bestimmung mit der Categorie, (die die Ein„heit der Categorie ausmacht,) so fern gleich„artig, als sie allgemein ist, und auf einer „Regel a priori beruht. Sie ist aber andrer„seits mit der Erscheinung so fern gleichartig, „als die Zeit in jeder empirischen Vorstellung „des Mannigfaltigen enthalten ist. Daher „wird eine Anwendung der Categorie auf Er„scheinungen möglich seyn, vermittelst der trans„cendentalen Zeit=Bestimmung, welche, als „das Schema der Verstandes=Begriffe, die

„Subsumtion der leztern unter die erste ver„mittelt." (Krit. d. r. V. S. 177.)

Diese Haupt-Stelle ist mit vielem Tiefsinn geschrieben, und, ausser dem Zusammenhang, kaum erklärbar. Doch, meine ich, daß die erst vorhergegangene Betrachtungen, in Verbindung mit den nächstfolgenden, viel zu ihrer Aufhellung beitragen dürften. Ehe ich umständlicher von den Categorien rede, bemerke ich demnächst hier nur einstweilen folgendes: In allen mathematischen Aufgaben, in welchen Raum und Zeit zu vergleichen vorkommen, läßt sich die Frage, und auch die Auflösung darauf so stellen, und ausdrücken, daß die Zeit als productiv, oder activ, der Raum *aber*, als Product, als Resultat, oder passiv im Spiele zu seyn scheint; oder doch so, daß man immer abnehmen kann, die Zeit liege der wirkenden Ursache näher, als der Raum, welcher vielmehr mit hervorgebrachter Wirkung zu coincidiren scheint. Alle dergleichen Probleme involviren gleichsam in ihrer Mitte die simple Fragen: Eine gewisse Zeit, oder eigentlich eine Thätigkeit in derselben producirt einen gewissen Raum (erzeugt, componirt, vollendet, consumirt,)

mirt,) was für einen andern R. producirt demnach eine gewisse andre Zeit? — oder (wenn der Raum etwa bekannt ist,) was für eine Zeit war demnach zu dessen Erzeugung, d. h. zu dem bereits vorhandenen Product erforderlich? Thätigkeit, Spontaneität ist der wesentliche Character des m. Verstandes, und, Vorstellungen hervor zu bringen, sein beständiges Geschäft. (Krit. S. 75.) Verstandes-Begriffe oder Categorien aber sind blose Gedanken-Formen, welche auf nicht weiter erklärliche Verbindungs-Arten des Mannigfaltigen, die einmal unserm Verstand eigen sind, hinaus laufen, durchgehends aber durch Zeit-Einheit umfaßt werden, (S. 308.) ohne welche sie so gar alle Bedeutung verlören. Da wir nun dieser Categorien zu allem Denken, und zu Hervorbringung und Ordnung aller Vorstellungen bedürfen, so bedürfen wir auch der Zeit zu gleichem Geschäft, und zu dessen Resultaten. Dieses Bedürfniß verleitet oder nöthiget uns, die Zeit den producirenden Ursachen beizugesellen, oder sie gar damit zu verwechseln. In wie weit diese Vermischung oder Verwechslung rechtlich oder wider-

rechtlich sei, werde ich auf diesem Blatt nicht erörtern. Ich begnüge mich hier gleichsam mit bloser Anzeige des Factums selbst, und suche es sofort mit weitern dienlichen Beispielen zu erhärten, d. i. anschaulich darzustellen.

§. 31.

Zwei Körper A und B laufen auf gleichen Bahnen. Ein Zuschauer beobachtet sie zwei Tage nacheinander. Am 1sten Tag bemerkt er den Lauf des Körpers A in der Zeit, a; (etwa in 2 Stunden;) und den Lauf des Körpers B in der Zeit, b etwa in 3 Stunden und notirt kurz: die Summe ihrer durchstrichenen Räume ist = c, etwa 195 Grade eines Cirkels.

Am 2ten Tag bemerkt er wieder den gleichförm. Lauf von A in der Zeit, f, (= 5 St.) und den von B in der Zeit, g (= 4 St.) und notirt auf ähnliche Weise: Die Summe ihrer durchstrichenen Räume sei gewesen = h, etwa 330 Grade von gedachtem Cirkel. So heise nun die Aufgabe: Wie viel Grade (od. Raum) durchstrich demnach A während der ersten

Beob-

Beobachtung, (in 2 St.) und wie viel während der 2ten Beobachtung, in 3 St.? Ferner wie viel B in der Zeit b und g, während der 2 successiven Beobachtungen?

Die Auflösung beruht ganz auf folgender Vorstellung:

Die bemerkte Summe der durchstrichenen Grade bei der Isten Beobachtung = c, mus als eine synthetisch-verknüpfte Gröse angesehen werden. Zu deren Erzeugung trug bei: 1) der Körper, A, der in jeder Stunde eine gewisse unbekannte Anzal von Graden, die x heisen kann, durchstrich, und also in 2 Stunden $2 \times x = 2x$, od. ax; (weil $a = 2$ ist.) 2) Der Körper B, welcher ebenfalls in jeder Stunde eine gewisse unbekannte Anzal von Graden, die y heisen kann, durchstrich, und also in 3 Stunden $3 \times y$, d. i. by. Folglich ist ax der Raum für A, by aber für B. Beede Räume addirt nun, oder in Summa, machen 195 Gr. d. i. c, aus. Demnach hat zuverlässig die Vorstellung statt: $ax + by = c$, wenn gleich x und y noch unbekannte Grösen sind. Die Bezeichnung ist gewiß dem Sinn des Problems ganz gemäs.

Eben so nun läßt sich h, oder die Synthesis des Raums der 330 Gr. nach der IIten Beobachtung, construiren. 1stens) trug der Körper A dazu bei: fx, oder 5x. 2tens) der Körper B seinen Antheil mit gy oder 4y. Woraus die ähnlich-erzeugte Gleichung erwächst: $fx + gy = h$. (Immer wird hiebei vorausgesezt, beede K. bliebē ihrer anfängl. Geschwindigk. treu.)

Aus diesen 2 Gleichungen haben wir nun x und y zu erforschen . . . . Aber siehe da! ein schon vollbrachtes Geschäft! Denn es sind eben die 2 Gleichungen, welche uns schon oben §. 28 im allgemeinen unterhalten, — geängstiget haben. Wir eruirten alldort schon x und y, aus $ax + by = c$, und $fx + gy = h$; und spähten zuerst y, durch dessen Aequivalent aber auch x sofort aus. Da wir nun bereits a, b, f, g, c, und h als ausgedrückte Zalen hier kennen, so schieben wir blos Zifern für Buchstaben unter, und sezen demnach

$$y = \frac{ah - fc}{ag - bf} = \frac{2.330 \quad 5.195}{2.4 - 3.5} = \frac{-315}{-7} \text{ d. i. } = 45 \text{ Gr.}$$

$$\text{u. } x = \frac{cg - bh}{ag - bf} = \frac{195.4 - 3.330}{2.4 - 3.5} = \frac{-210}{-7} \text{ d. i. } = 30 \text{ Gr.}$$

Folglich durchstrich A in der 1sten Beobachtungs-Zeit: (ax) = 60 Gr. B aber: (by) = 135; welches auch mit c zutrift. Denn 60 + 135 geben 195, das bekannte Aequivalent von c.

Weiter in der IIten Beobachtungs-Zeit kommen heraus: (fx) = 150 für A, für B aber (gy) = 180. Also 150 + 180 = h = 330. Gr. So bewährt sich denn das Verfahren in der Probe, als ganz zuverlässig.

Auch hier wird die Synthesis des Raums, c, durch Zeit-Theile construirt. Dann man betrachte nur das Aequiv. von c, das wir nun ganz kennen: ax + by; ward es nicht blos durch Hülfe der zwei Zeit-Grösen, a, und b, (2, und 3) construirt, und zwar so, daß wir das gegebene a wiederum als synthetisch-verknüpft gedachten, deshalb aber auch in (2) gleichar-artige Einheiten zerfällen konnten, deren jede (= 1) abermals synthetisch aus Zeit-Theilchen componirt x fach; d. i. 30 fältig, vorgestellt werden mußte, und zwar successiv nacheinander, d. i. $2x = 2 \times x = a \times x$; welche Bezeichnung

bekanntlich immer Addition (in Compendio) involvirt. Natürlich kann ja blos Gleichartiges mit Gleichartigem multiplicirt werden, d. i. die 2 Factoren müssen immer in einerlei Sinn genommen werden, der Einheit der Apperception gemäs; demnach auch der Factor zu der Zeit a, (d. i. zu 2) welcher x ist, mus in der Vorstellung der Zeit fortlaufen: und also auch das Product, ax, Zeit-Betrag seyn, folglich regressiv betrachtet, aus Zeit-Theilen bestehen, oder doch dafür genommen werden. Und eben dieß hat bei by statt; wo wiederum der bekannte Factor b Zeit-Vorstellung ist, und es daher der andre auch seyn mus. Gedrungen kommt man daher zu der Ueberzeugung, daß das ganze $ax + by = c$, blos ein Inbegriff oder eine synthetische Summe gleichartiger Zeitvorstellungen sei; und als solche im Verstandes-Gebrauch fortan benüzt werde. Der Ausspruch, oder das Urtheil: So besteht die Gleichung! fände gar nicht statt, wenn die gesammte Vorstellungen nicht auf die gedachte Weise unter die ursprüngl. synth. Einheit der Apperception gebracht worden wären.

Damit

Damit hängt dann eng zusammen, daß demnach doch wohl Zeit den bestimmten Raum, (c) synthetisch erzeugt, und geschaffen habe, nehmlich für die Vorstellung, und also auf die Seite der thätigen schaffenden Kräfte hin gleichsam zu liegen scheine, oder, (strenger genommen) doch die Vermittlerin zwischen Erscheinung und Categorie abgebe.

§. 32.

Uebrigens bin ich weit entfernt, hiemit gleichsam die Vorstellung des Raums gar verdrängen zu wollen. Der innre Sinn bedarf des äusern fort und fort; er ist selbst mit der Zeit nicht anders wohl nur deutlich gedenkbar, als durch Vorstellung einer Linie, und seine Veränderung durch das Zeichen derselben, od. durch deren successive Synthesis; so daß die successive Existenz unsrer selbst in verschiedenem Zustand blos durch äusere Anschauung uns faßlich wird. Kant hat sich darüber umständlich erklärt (S. 274 — 79 und 288 — 92 der neuen Ausg.) Auch präsupponirt mein obiger Ausdruck: „bestimmter Raum werde angesehen, als mit Zeit-„Theilen besezt!" offenbar das Beharrliche

des Raums in der Anschauung; *) und beugt der desfallsigen Misdeutung sorglich vor.

Verfolgen wir aber diese Betrachtungen weiter an Beispielen; und zwar hier zunächst an einem, in welchem im Anfang blos Zeit mit Zeit verglichen wird:

§. 33.

Ein Gelehrter, der geheime Künste verstehen will, wahrsagt zween Freunden, Acton und Bion, über die Dauer ihres Lebens, wie folgt:

Ihr brächtet euer Leben auf ein gleich-hohes Alter, wenn es möglich wäre, daß Acton 4 Jahre länger lebte, als er, (wie ich voraussehe,) wirklich leben wird; und dagegen Bion 4 Jahre weniger lebte, als er wirklich sein Alter bringen wird. Oder (um mich verständlicher zu machen): Bion würde noch so alt werden als Acton, wenn er seinem gesezten Lebens-Ziel noch 4 Jahre hinzuzuthun vermöchte, und dagegen Acton von den bestimmten

*) Das Beharrliche in der Anschauung — wohl zu merken! nicht das Beharrl. des Raums, als eines Objects an sich.

ten Jahren seines Lebens vier Jahre abgäbe, oder um 4 Jahre früher vor seinem einmal gesezten Lebens-Ziel stürbe.

Wie alt wird nach diesen Reden, wohl Acton und Bion werden? Sind Data genug vorhanden, um den Sinn des Wahrsagers bestimmt heraus zu bringen? — Die Auflösung antwortet mit: Ja.

Actons Lebens Jahre seyen $= x$ } unbek. ab. doch
Bions $= y$ } zwei Zalen.

Im allgemeinen läßt sich, der Rede des Gelehrten gemäs, demnach sezen:

$x + 4$, Actons Leben mit Ueberschuß,	$= y - 4$, Bions Leben mit Abzug;	woraus die Gleichung folgt: $x = y - 4 + 4$. d. h. $x = y - 8$.

Ferner veranlaßte seine zweite Rede folgende Bezeichnung:

$y + 4$ Bions Leben mii Zugabe,	$= (x - 4) 2 = 2x - 8$; Actons Leben mit Abzug, aber so doppelt gesezt;	woraus die Gleichung kommt: $y = 2x - 8 + 4$, od. $y = 2x - 12$

Folglich: $y + 12 = 2x$, und hieraus regressiv:

$$\frac{y + 12}{2} = \frac{2x}{2} = x;$$ oder, da die er-

stere

stere Gleichung offenbar so viel besagt, als $\frac{y}{2} + \frac{12}{2}$, d. h. $\frac{1}{2}y + 6$, eben damit augenscheinlich auch: $x = \frac{1}{2}y + 6$.

Immer aber steht bis jezt beederseits eine unbekannte Gröse, x oder y; wie ist diese Unannehmlichkeit nun vollends zu beseitigen? — Sehr kurz dadurch, daß wir uns der zuerst zu x erforschten Gleichung $= y - 8$ erinnern, und dieselbe nun neben das gleichmäsige Aequivalent von x, nehmlich neben $\frac{1}{2}y + 6$ stellen: $x = y - 8 = \frac{1}{2}y + 6$. Dann natürlich mus also $\frac{1}{2}y$ seyn $= y - 8 + 6 = y - 14$, das heist, wenn ich 14 von y abziehe, *so habe* ich die Helfte des ganzen y gefunden, mit 14 selbst, und nothwendig also auch die Zal für das Ganze selbst, nehmlich 28 für y. Oder $\frac{1}{2}y$ ist $= 14$, und also $y = 28$.

Folglich ist auch x erforscht, als:

$$\left.\begin{array}{l} = \frac{1}{2}y + 6,\ \text{od.} = 14 + 6 \\ \text{auch als} = y - 8\ \text{oder} = 28 - 8 \end{array}\right\} = 20.$$

Die Vorstellungs-Art, daß $y - 14$ eben $\frac{1}{2}y$ und zugleich die Zal 14 für sich seyn soll,

hat

hat etwas befremdliches, und will beim ersten Anblick nicht gleich in den Sinn. Allein ein mäsiges Nachdenken dringt uns die Ueberzeugung von der Wahrheit des Sazes selbst auf, wenn man sich zumal das ganze y als eine bestimmte Linie, mit gleichen Abschnitt-Theilen, und $y - 14$, regressiv $= \frac{1}{2}y$ vorstellt.

§. 34.

Eine allgemeinere Formel für alle ähnliche Fälle, deren Auflösuug verlangt wird, bildet man dadurch, daß anstatt der Zahl 4 die Grösе a für alle künftige Aufgaben gesezt wird; nehmlich

für $x + 4 = y - 4$ wird nun $x + a = y - a$
für $y + 4 = (x - 4)2$ geschrieben; $y + a = (x - a)2$
$= 2x - 2a$

Und da uns aus der erstern Gleichung, (nehmlich aus $x + a = y - a$) zu x das Aequivalent $= y - 2a$ heraus kommt, so ergiebt sich damit eine neue Gleichung zu $y + a$. Nehmlich für die dazu bereits gefundene $2x - 2a$ kann nunmehr durch Substitution (weil nehmlich $x = y - 2a$ ist,) anstatt x geschrieben werden: $2y - 4a + 2a = y + a$ d. h. $2y - 6a$. Denn da $x + x - a - a$ so viel $= 2x - 2a$ ist, so

mus

mus leichterachtlich das Aequivalent für x zweimal gesezt, und noch $-2a$ mit $+2a$ gutgeschrieben werden, wodurch $2y-6a$ nothwendig herauskommt. Nun eruiren wir die Gleichung zu y wie folgt:

An $y+a = 2y-6a$ schliese beederseits die negat. Gröse $-a$ an,

so bleibt: $y = 2y-6a+a$, d. i. $2y-7a$.

div. mit 2: $\frac{y}{2} = \frac{2y-7a}{2}$ d. i. $y - \frac{7a}{2}$

Natürlich mus also ganz $y = 7a$ gerade aus seyn. Demnach aber x, oben als $= y-2a$ erkannt, nunmehr durch Substitution $= 7a-2a$, d. h. $= x = 5a$. welches zutrift, wenn wir die obige $4, = a$ wiederum annehmen.

Denn $y = 7a = 7 \times 4$ ist 28

und $x = 5a = 5 \times 4$ ist 20.

Auch hier wird manchem die Art, wie y erforscht wird, befremdlich vorkommen; daß mit der Gleichung $\frac{y}{2} = y - \frac{7a}{2}$ nehmlich alles schon am Tag seyn soll. Allein das Gegentheil zu denken wäre Nonsens. Aber auch so würde das nehmliche Resultat gefunden, wenn wir

wir sprächen: $y = 2y - 7a$, ist evident. Also darf man auch, nach bekannten Erfarungen, die negative Gröse — 7 durch Versezung in + verwandeln, und die Gleichung sofort also stellen: $+ 7a = 2y - y$ d. h. = ein y; so kommt das nehmliche nehmlich $7a = y$ heraus.

Um nun zu unserer Erörterung der Verwandtschaft zwischen Raum und Zeit zurück zu kehren, und die Anwendung unsrer ob. Behauptungen auch an dem vorl. Beispiel zu zeigen, so denke man sich folgendes Fragment einer Unterredung zwischen 2 Mechanikern zuhören: Der eine spricht: Dein Körper A läuft weit langsamer, als der meinige B. Wenn er 5 Min. länger gleichförmig fort-liefe, und der meinige 5 Min. früher aufhörte zu laufen, so würde sodann erst der Raum gleich seyn, welchen jeder durchstrichen hätte. Ja, sieh nur! wenn dein A 5 Min. sich verspätete, oder früher aufhörte, mein B aber 5 Min. über die ihm gegebene oder gesezte Zeit liefe, (od. etwa auch 5 Min. vor dem Lauf des deinigen, anfienge,) so legte er einen noch so grosen Raum zurück, als dein B.

Wie

Wie gros ist der Raum demnach wohl anzunehmen, welchen der Mechaniker zur Hauptvergleichung im Sinn hat? Antw. wenn er in Grade eingeteilt, und auf 1 Min. 1 Grad gezält wird, so construirt die Zeit den ganzen Raum gar leicht nach folgenden Gleichungen: (I) $x + a = y - a$. ist $x + 5$ B, $= y - 5$ für A. (II) $(x - a)$ $2 = y + a$ ist $2x - 10$ für B, $= y + 5$ für A. Folglich $x = y - 2a$ d. i. $x = y - 10$; woraus, ganz nach dem obigen Verfaren, $y = 7a$, d. i. $y = 7 \times 5$, oder 35, und demnach $x = 5a$ od. 5×5, d. h. $25 = x$ sicher herausspringt.

Nähme man für 1 Grad etwa 2, od. 3 Min. an, so folgten die Resultate nach der *Regel de Tri* ganz natürlich; wären aber in jedem Fall, wie evident einleuchtet, aus Zeit-Theilen construirt.

§. 35.

Problem. Aus der gegebenen Geschwindigkeit zweier Körper und dem Unterschied der Zeit, wann sie auslaufen, wie auch der Oerter, von welchem sie auslaufen, den Moment ihrer Zusammenkunft ausfindig zu machen.

Er-

Erläuterung. Der Körper A soll den Körper B einholen. Die Strecke Wegs, welche A deshalb zu durchstreichen hat, ist unbekannt = x. Doch weis man so viel: A durchstreiche den Raum, c, in der Zeit f, oder in 1 Stunde; und c sei = 12 Gr. Für die Anschauung hier: ——. Von B aber ist soviel bekannt: daß er in der Zeit, g, d. i. in 3 Stunden, blos den Raum, d, = 10 Gr. in Anschauung: —— durchstreiche; ferner bekannt: daß er den Raum, e, (= 76; Gr.) auf der Strecke Wegs vor A voraus habe, so daß also der Punct seines Auslaufs bezeichnet werden könne: x—e = x—76; endlich aber noch bekannt: daß er 2 Stunden später auslaufe, als A, und also A bereits 2c d. i. 24 Gr. durchstrichen habe, wann B erst beginne. Diese Zeit der Verspätung heise allgemein h = 2.

In welchem Grad werden also beede zusammen treffen, d. i. wann, und wo wird B von A eingeholt werden?

Auflösung. Die Strecke, welche A vor sich liegen hat, bis an dem Punct der

Zusammenkunft ist eine Länge = x. Also die, welche B vor sich hat = x — e *) Von A ist ferner zugestanden: Er durchlaufe den Raum c in der Zeit f. Demnach läßt sich sofort die Proportions-Reihe sezen:

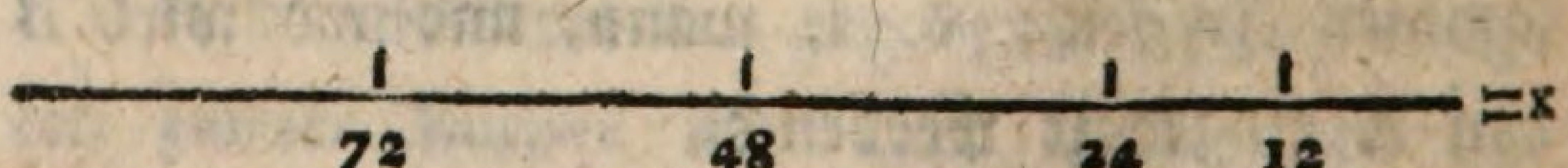
Wie sich verhält c	:	f	eben so	x	:	zu? (Zum 4ten Glied der Prop.)
Bekañter Raum:		zu bekannter Zeit:	=	Unbek. Raum.	:	zu unbekañter Zeit.
c	:	f	=	x	:	$\frac{fx}{c}$

Denn das 4te Glied jeder geometr. Proportion resultirt ja allemal, wenn die mittlern

mul-

---

*) Der Deutlichkeit wegen, will ich lieber sofort durch eine Zeichnung das Geheimniß verrathen. Man wird doch noch genug in der Entwicklnng dieses Problems lernen können. Man denke sich also unter x, die Linie:



und unter x — c die Linie mit Pünktchen:

die Pünktchen bedeuten — c; der Strich aber (vornen) die Bahn für B.

multiplicirt (fx) und darauf durch das erste (c) dividirt werden. Daß aber diese Verhältniß-Reihe statt habe, sieht wohl Jeder ein, der dem Sinn des Problems nur einigermasen nachdenkt. Er kann dem Gedanken nicht ausweichen: Die Geschwindigkeit des Körpers A ist im kleinern Raum c eben so anhaltend-stark, als in dem grösern unbekannten x; folglich mus sich die in dem erstern consumirte Zeit (f) zu dem Weg c eben so verhalten, *) wie die in dem grösern Raum x zu consumirende Zeit eben zu dem grösern Raum x, (und umgewandt.)

Gleiche Beschaffenheit hat es mit dem Lauf des zweiten Körpers B; demnach mus für ihn folgende Verhältniß-Kette passen:

$$d : g = x - e : \frac{gx - ge}{d}$$

Sein bekannter Raum	:	Zu seiner bekañten Zeit	=	Unbekannter Raum	:	Zu unbekannter Zeit.

K 2 So

*) Das synthetische f besezt gleichsam mit seinen Zeittheilen den Raum, (c) mit einer Synthesis von (12) kleinen Zeit-Einheiten, wenn gleich $f = 1$ heist.

So wenig wir nun allbereits im klaren zu seyn, uns rühmen können, da wir x noch nicht erforscht haben, so wissen wir dennoch für izt so viel:

Die Zeit, welche A zu der ganzen Reise braucht, ist (der Form nach) auszudrücken:

$$= \frac{fx}{c}$$

Die Zeit aber, die B braucht, ist $= \frac{gx - ge}{d}$

Nun ist in dem Problem selbst angegeben, A sei früher abgereißt um etliche Stunden $= h$; Wird nun diese Differenz der Zeit (im Auslauf) dem Körper B gut-geschrieben, d. h. zu *seiner* auf dem Weg consumirten Zeit addirt, mit der Bezeichnung $h + \frac{gx - ge}{d}$, so läßt sich hiernächst sicher folgende Gleichung sezen:

$$\frac{fx}{c} = h + \frac{gx - ge}{d}$$

Die consumirte Zeit des Körpers A auf der Reise, bis zum Moment der Zusamenkunft.	=	Die consumirte Zeit des Körpers B auf seiner Reise, nebst Zugabe der Verspätung (+h), ebenfalls bis zum Moment der Zusammenkunft.

Hieraus

Hieraus läst sich nun ohne Anstand ausspähen, was x allein sei? Denn $\frac{fx}{c} = \frac{hd + gx - ge}{d}$ kann sofort für die obige Formel gesezt werden; weiter aber $fxd = chd + cgx - cge$, demnach auch mit Versezung der Zeichen

$fxd + cge - chd = cgx$, und daraus

$cge - chd = cgx - fdx$ d. h. $(cg - fd)x$,

schlußfolglich $\frac{cge - chd}{cg - fd} = \frac{(cg - fd)x}{cg - fd}$ od. $= x$

Glücklich ist also x, d. i. der Weg-Raum*) gefunden, welchen A ganz durchläuft, B aber nur in so weit, als er von e anfängt. Lauter bekannte Grösen deuten die Länge oder Strecke der Bahn aufs zuverlässigste an:

$$\frac{cge - chd}{cg - fd} = x = \frac{12.3.76. - 12.2.10.}{12.3. - 10.}$$

Natürlich ist also auch eben so bestimmt damit die Zeit, welche beide A nnd B auf der Bahn zubringen, ausgekundschaftet, indem dieser Bruch so viel besagt, als $\frac{2496}{26}$, = 96. Im 96 Gr.

*) Offenbar aber, blos, als aus Zeit-Theilen construirt, gefunden.

wird B eingeholt, d. i. in seinem 20sten Grad, nachdem seine Reise (in Zeit) gerade 6 Stunden $\left(= \frac{gx - ge}{d}\right)$ betragen hatte.

Wäre aber nicht A, sondern der andre Körper B um h Stunden früher ausgelaufen, so müßte die Gleichung, um die Zeit bis zur Zusammenkunft für beede auszudrücken, nun so gestellt werden:

$$\frac{fx}{c} + h = \frac{gx - ge}{d}$$

d. h. Zeit für A = Zeit für B.

Und daraus folgte nun der Werth von x allein, d. i. für den Raum, den A durchstreicht, als Weite, auf nächststehende ähnliche Weise: man bildet zuerst die Gleichung so:

$$fx + hc = \frac{gxc - gec}{d},$$ und demnach

$fxd + hcd = gxc - gec$; also daraus

$fxd + hcd + gec = gxc$. Hiemit aber gilt

$hcd + gec = gxc - fxd$ d. h. $= (gc - fd)x$

Folglich: $\frac{hcd + gec}{gc - fd} = \frac{(gc - fdx)}{gc - fd}$ d. i. $= x$

Wäre in Zahlen, $c = 3$, $d = 5$, $f = 1$, $g = 9$, $e = 7$, und $h = 2$, so stünden die Proportionen

dann

dann so:

$$c : f = x : \frac{fx}{c} \quad \text{oder} \quad 3 : 1 = x : \frac{1x}{3}$$

$$d : g = x - e : \frac{gx - ge,}{d} \quad 5 : 3 = x - 7 : \frac{(x-7)3}{5}$$

und das Resultat wäre:

$$x = \frac{hcd + gec}{gc - fd} \text{ in Zalen: } \frac{(23.5.) + 3.7.3}{3.3 - 1.5} \text{ d.i. } \frac{93}{4}$$

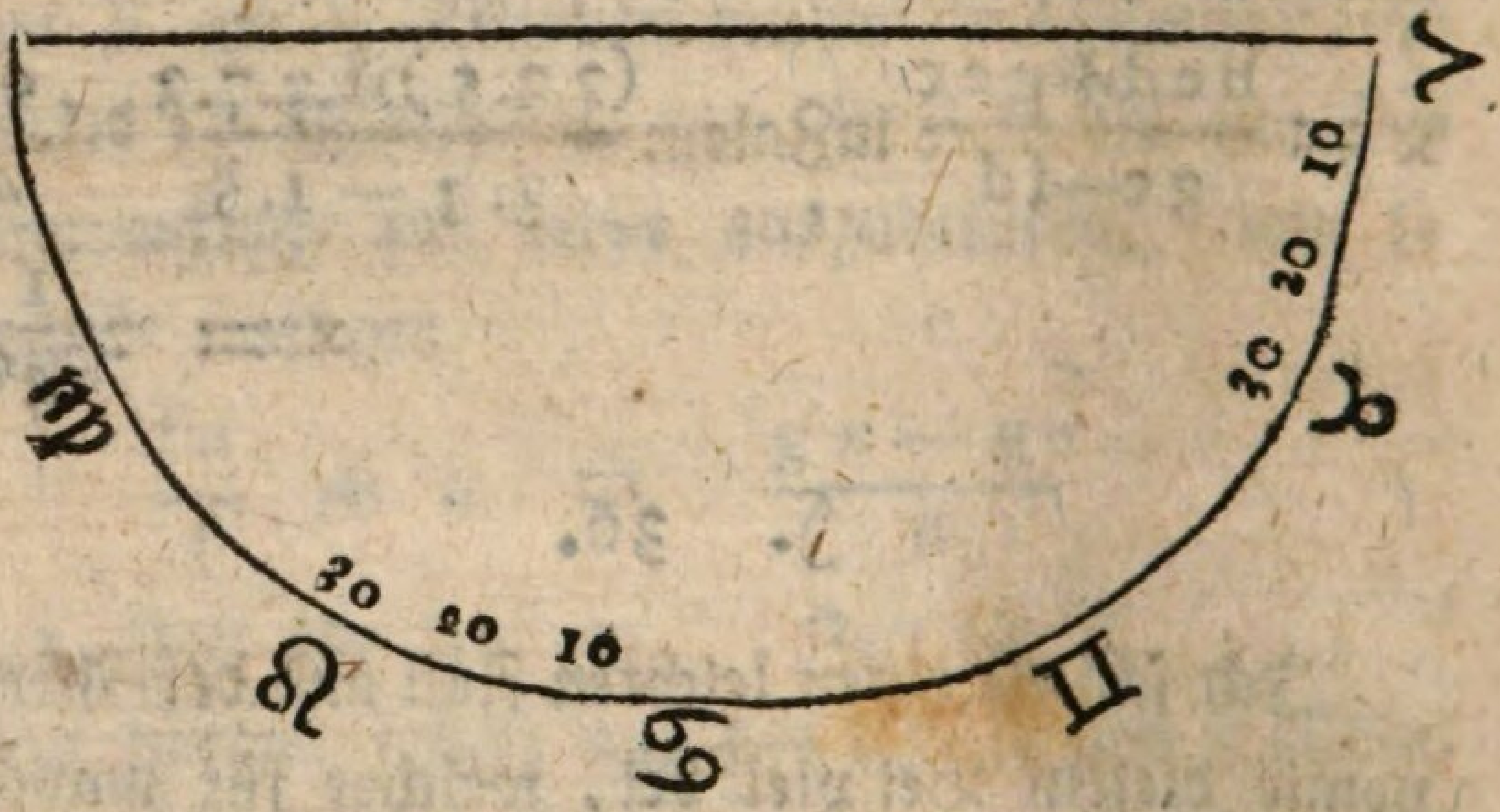
$$x = 23\tfrac{1}{4}\text{*)}$$

§. 36.

Ich schliese einen leichten Fall aus der Astronomie diesem Beispiel bei, welcher für manche Leser unterhaltender seyn dürfte, als die trockne Betrachtung der Bewegung von A und B. Bekanntlich läuft die Sonne und der Mond (dem Anschein nach,) durch die zwölf himm-

*) Dieses aufgelöste Problem ist nebst dem folgenden aus des grosen englischen Mathematikers Maclaurin Algeber §. 196, dem Haupt-Inhalt nach, entlehnt. Erläuternde Entwicklung darf man nicht in dem Britten suchen, auch keine Zeichnung, noch eine Aus-sezung der Proportionen. Er läst immer gar sehr viel eigner Enucleation über.

lische Zeichen, d. i. durch einen Zirkel von 360 Graden, welcher in zwölf Abschnitte eingetheilt ist, deren jeder 30 Grade begreift. Die Helfte des Zirkels ist = 180 Gr., d. h. sechs Zeichen; man sehe diese Vorstellung desfalls an:



Die Sonne rückt jeden Tag nur *einen* Grad weiter, der Mond aber (ohngefehr) 13 Gr. immer von Westen gegen Osten von der rechten zur linken Hand, unserem Auge nach. Nun seze einmal: Die Sonne stehe in dem 1sten Grad des Krebses, (♋), der Mond aber drei Tage weiterhin erst im 1sten Grad des Widders (♈), und die Frage sei, wann und in welchem Grad werden sie wohl beede zusammen treffen? oder w a n n wird die Sonne von dem Mond gleichsam eingeholt werden?

so

so bringen wir dieses ganz nach den obigen Auflösuugen heraus, wie folgt:

$$c : f = x : \frac{fx}{c}$$

$$13 : 1 = x : \frac{x}{13}.$$

Das heist: für den Mond gilt die Proportion:

Weg, od. Raum, 13 Gr.	:	Zu 1 Tag, Zeit:	=	Der ganze Weg bis zur Zusammenkunft:	:	Zur consumirten Zeit, auf dem ganzen Weg.

Ferner:

$$d : g = x - e : \frac{gx - ge}{d}$$

$$1 : 1 = x - 90 : \frac{(x-90)\,1.}{1.}$$

Das heist: für die Sonne gilt:

Raum, 1 Grad	:	zur Zeit 1 Tag	=	wie der Weg bis zur Zusammenk.	:	zur consumirten Zeit auf demselben.

Nunmehr stellen wir wieder die zween wesentliche Gleichungen auf:

$$\frac{fx}{c} + h = \frac{gx - ge}{d} \text{ d. h. } \frac{x}{13} + 3 = x - 90.$$

Zeit des Monds mit der Verspätung der 3 Tage	Zeit der Sonne auf dem Weg

Und verfahren izt abermals ganz, wie oben, um die Gleichung zu x allein auszuspähen; wir sezen:

$$fx + hc = \frac{gxc - gec}{d} \text{ und s. w.}$$

bis wied. herausk.: $x = \dfrac{hcd + gec}{gc - fd}$

oder in Zalen $x = \dfrac{3.13.1 + 1.90.13.}{1.13 - 1.1.}$

Deutl. $\dfrac{3.13 + 90.13}{13 - 1}$ d. h. $\dfrac{39 + 1170}{12} = \dfrac{1209}{12} = 100\frac{3}{4}$.

Folglich $x = 100\frac{3}{4}$ Grade rückt der Mond bis zur Zusammenkunft mit der Sonne vorwärts; d. h. er kommt vom 1sten Grad (des Widders) bis in den $100\frac{3}{4}$ Grad in der Ekliptik vorwärts, d. i. bis in den $10\frac{3}{4}$ des Krebses, (♋), und trift allda mit der Sonne zusammen. Eine schnelle Ansicht des halben

Zirkels

Zirkelt mit den 6 Zeichen mus wohl jeden hievon überzeugen:

Denn $\underset{30}{♈} + \underset{30}{♉} + \underset{30}{♊} + \underset{10\frac{3}{4}}{♋}$ macht zuverlässig $100\frac{3}{4}$ aus.

Von selbst folgt hieraus, daß also auch der Weg der Sonne bis zur Conjunction mit der Mond erwiesen sei, nehmlich $x - e$ ist also $100\frac{3}{4} - 90$. d. h. $10\frac{3}{4}$ Gr. und weil 1 nicht multiplicirt, so ist sehr leicht begreiflich, daß demnach auch die Zeit für beede Körper nach der Gleichung

$$\frac{fx}{c} + h = \frac{g(x-e)}{d}$$

d. i. $\frac{100\frac{3}{4}}{13} + 3 = 100\frac{3}{4} - 90$ beederseits gerade $10\frac{3}{4}$ Tage auswerfe; oder nach $10\frac{3}{4}$ Tagen die befragte Conjunction sei.

§. 37.

Ferneres Problem: Wir wissen von der Geschwindigkeit der drei Körper, A, B, C, so viel: daß

daß A, in a Minut., b Gr. durchlaufe, (a = 5, b = 8)
daß B in c Minut., d Gr. durchlaufe (c = 9, d = 10)
daß C in e Minut., f Gr. durchlaufe (e = 3, f = 2)

Dieß sei aus andern Datis, (die uns hier nichts angehen,) bekannt, wie auch natürlich, die Gröse der Grade. Nun sei die Aufgabe: wie gros wird der Raum seyn, welchen diese drei Körper durchlaufen können, od. durchstrichen haben, wenn blos die Summe der Zeiten, in welchem sie liefen, in toto 2 Stunden mit Zugabe 1ner Min. betragen hätte, und so blos in Gesamtheit *) bekannt wäre? (Es sei g = 2 Stund. 1 Min. = 121 Min.)

Auf-

*) In vielen allgemeinen Aufgaben scheint oft eine Unwarscheinlichkeit gesezt zu seyn, welche manche Leser unwillig macht. In angewandter Math. aber zeigt sich wohl der Gebrauch solcher Fälle. — Die drei einzelnen Zeiten welche die sicher bemerkte Total-Zeit-Summe, g, formirten, konnten aus gar vielfältigem Anlaß (einzeln) ungewiß, verwechselt, verlöscht, oder verschrieben worden, oder gar verlohren gegangen seyn.

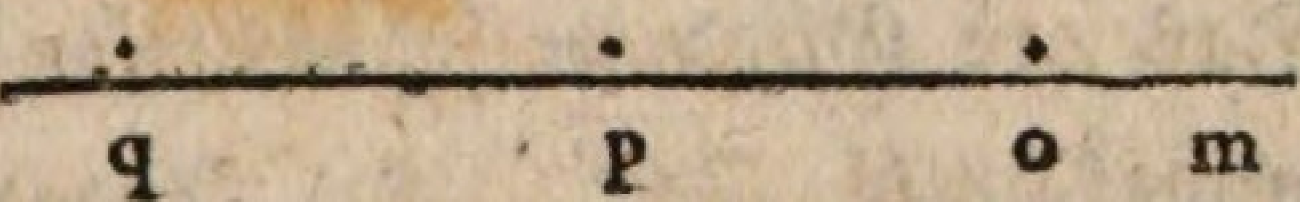
Wenn

Auflös. Der Raum, den wir suchen, heiße uns, n. Zuverlässig ist er eine synthetische Gröse (von Graden), auf welchen die 3 Körper gleichsam Anspruch haben; auf wie weit aber?

Jeder nach seiner Geschwindigkeit; d. h. bei A tritt die (I) Proportion ein:

b	:	n	=	a	:	$\frac{an}{b}$
bekannter Raum, 5 Gr.	:	unbekannter Raum	=	bekannte Zeit, 7 Min.	:	unbekannte Zeit.

Ohn-

Wenn man sich eine Linie mit drei Puncten denkt, 

und sich vorstellt, A sei nur in der Zeit, da er om durchstrich, sichtbar gewesen, oder beobachtet worden, B in d. Z. da er po, und C in der Z. da er qp durchlief, so kann man sich das Totum der Zeit sehr leicht successiv denken. Die Zeiten können aber auch gleichsam in einander geschoben seyn, und die Räume ebenfalls theilweis. Man kann oft zu den leztern nicht beliebig kommen, noch sie messen können. Mechaniker verbergen oft geflissentlich den Gang zusammengesezter Trieb-Werke, so daß blos generelle Zeit-Resultate, und einzelne Data ihrer Maschinerien bekannt werden. — Das sei auch mit Rücksicht auf ob. §. 3ª gesezt.

Ohnläugbar verhalten sich die Zeiten, wie die Räume, bei gleicher Geschwindigkeit.

Die IIte Proportion für B ist also eben so gestaltet:

$$b : n = c : \frac{cn}{d}$$

wo ebenfalls bek. Raum, mit unbekanntem, und bek. Zeit mit unbekannter in Vergleichung kommt.

Auf ähnlichen Schlag steht die III Prop. für C:

$$f : n = e : \frac{en}{f}$$

Das 4te Glied in jeder dieser Prop. enthält eine unbekannte Zeit, ein Fragment von g, (= 121 Min.) und alle drei zusammengenommen, od. ihre Summe ist = g, d. h.

$\frac{an}{b} + \frac{cn}{d} + \frac{en}{f} = g$ oder = 121 Min. in Zeit, welches, wenn gleich n noch nicht erforscht ist, doch Jeder im allgemeinen zugestehen mus. Nun gehen wir darauf aus, den unbekannten Raum, n auszuspähen; und multipliciren daher zuerst beederseits mit der Summe der 3 Nenner b, d, f in die Gleichung zu g, so entsteht:

$$bdfg = \frac{anbdf}{b} + \frac{cnbdf}{d} + \frac{enbdf}{f},\ \text{oder}$$

$$bdfg = nadf + ncbf + nebd$$

weil sich nehmlich die Nenner gegen die gleichlautende Zäler immer heben. Nun sehen wir, in diesem dreif. zusammengesezten Product, das unbek. n, dreimal, folglich läßt sich die Gleichung nach ob. §. 27 auch so sezen:

$$bdfg = (adf + cbf + ebd)\,n$$

worauf zuverlässig, mittelst einer einzigen Division noch, n erforscht ist, wenn man nehml. mit den Grösen zwischen () gemeinschaftlich dividirt, welches ausgiebt:

$$\frac{bdfg}{adf + ebf + cbd} = n. = 40\ \text{Gr.}$$

Wenn nehml. g = 121 Min. angenommen, und diese mit den Raum-Graden bdf mult. werden, so kann das Resultat nicht fehlen, da alle übrige Zeichen bekannte Grösen vorstellen; es kommt für den Bruch (zum Aequiv. von n) heraus: $\frac{19360}{484} = \frac{bdfg}{adf + cbf + ebd}$, welches eben 40 Gr. ausmacht. So gros war also der gesammte synthetische Raum von welchem die 3 Körper, jeder ein Fragment, während

rend der Beobachtung, durchstrichen haben. Wie gros dasselbe nun für jeden insbesondere anzunehmen sei, d. h. wie viel Raum-Grade, also jeder einzeln durchlauffen habe, låst sich jezt ganz sicher auscalculireu, da durch das Aequivalent von n, auch die Zeit-Theile, welche jedem laufenden Kôrper (abgesondert) zukommen, als $\frac{an}{b} = 25$ für A, $\frac{cn}{d} = 36$ für B, und $\frac{en}{f} = 60$ für C, bereits åusserst bestimmt eruirt, und die Verhåltnisse der Råume b : n, d : n und f : n nunmehr ja ebenfalls gegeben, und am Tage sind:

Raum		Raum		Zeit		Zeit	
8	:	40	=	5	:	25	für A
10	:	40	=	9	:	36	für B
2	:	40	=	3	:	60	für C.

bewährt sich durch die Probe: 121 = g.

Folglich bleibt nichts übrig, als den Raum, n = 40 nun nach dem Verhåltniß der 3 Zeit-Grôsen, 25, 36, und 60 zu theilen; welches durch bekannte Såze der Regel de Tri zu Stand zu bringen ist; nach der Formel:

g:

$$g : \frac{an}{b} = n : \frac{ann}{bg} \left(= 8 \frac{32}{121}\right)$$

$$g : \frac{cn}{d} = n : \frac{cnn}{dg} \left(= 11 \frac{109}{121}\right)$$

$$g : \frac{en}{f} = n : \frac{enn}{fg} \left(= 19 \frac{101}{121}\right) *)$$

Das Verfahren dabei geht nach der sogenannten Gesellschafts-Rechnung, die in jeder Arithmetik vorkommt; und sonderlich präcis von Kästnern in s. Arith. §. 42. und Büsch. s. 198. vorgetragen worden ist, auf welche ich hiebei blos verweise. Die Ausführung dieser Lehre, in so weit sie zu meinem Zweck dienen kann, verspare ich aber auf anderweiten Anlaß, der nicht ferne seyn dürfte, und bemerke hier blos, (was zunächst für uns gehört,) daß auch die Betrachtung der 2 leztern Beispiele, wie mich dünkt, auf die Ueberzeugung von der Richtigkeit der obigen Behauptungen gerade zu

*) Diese 3 Brüche, addirt, machen 38 + 2 d. i. 40 wieder aus, womit der Calkül eine neue Probe unumstößlicher Richtigkeit erhält.

zu hin führt, daß nehml. Zeit den Raum construire, und bestimme, und allerwärts bei dessen Begränzung und Eintheilung angetroffen werde.

Damit aber alle desfallsige Zweifel noch mehr beseitiget werden, so füge ich noch folgende Betrachtungen über die Elementar-Theorie aller Geschwindigkeit bei:

§. 38.

„Räume verhalten sich, bei gleichen Zeiten, wie die Geschwindigkeiten; *) und bei „gleichen Geschwindigkeiten, wie die Zeiten." Ohnläugbar werden hier Räume, als Effekte, oder Wirkungen betrachtet, und so coincidirt die Behauptung mit der bekannten: Wirkungen verhalten sich, wie die Ursachen, wenn die Zeiten gleich sind, und, wie die Zeiten, (in wel-

*) S. Kästn. Arithm. Cap. V. §. 53. und in s. Forts. der Rechenk. II Absch. §. 1-9. (Für Dilettanten sehr concis, und nach allgemeinen Klagen die doch sonst ungerecht sind, gar schwer-faßlich!)

welchen gewirkt wird,) wenn die Ursachen gleich sind.

Oder: $C : c = E : e$. und $T : t = E : e$
(wenn T identisch ist.) (wenn C identisch ist.)

Folglich gälte auch, da $T = 1$ genommen wird, im erstern Fall: $CT : cT = E : e$; und im zweiten Fall, wo $C = 1$ vorkommt, in ähnlicher Form: $CT : Ct = E : e$.

Beispiele: Der Körper A, läuft in 10 Min. 15 Grade durch, der Körper B auch in 10 Min. 60 Gr. Die Zeiten ihres Laufs sind gleich, $T = 10$ identisch beederseits; wenn wir daher bei diesen 2 Körpern ihre verschiedene Geschwindigkeit in Betracht nehmen, so urtheilen wir: Sie verhalten sich gegen einander, in dieser Beziehung, (als 2 wirkende Ursachen,) so wie die Effecte, d. i. wie die Räume, die sie in gleicher Zeit durchstreichen, od. $C : c = E : e$. $(= 15 : 60.)$ Die Geschwindigkeiten stehen gegeneinander, wie die Räume; der Körper B läuft 4 mal so geschwind, also liegt das Verhältniß zum Grund $1 : 4$. $(= C : c.)$

A legt in einer Minute 1 Gr. zurück,
B legt in einer Minute 4 Gr. zurück.

Aber diese 4 Grade lassen sich ursprünglich von dem Menschen nicht anders, als successiv, denken, folglich als Zeit-Reihe, und ihre Befassung, als bestimmter Raum von 4 Graden, ist blos als Synthesis von 4 Zeit-Einheiten, oder von gleichartigen Zeittheilen gedenkbar. Daß sie für den äusern Sinn den Raum gleichsam besezen, berechtiget gar nicht, sie darum, als Zeit, anmaslich weg zu verdrängen, oder weg zu vernünfteln. Genug, ihre successive Synthesis macht den Raum von 4 Graden, so weit er zum Zälen und zu Verhältniß-Bestimmung gebraucht wird, aus. Ein gleiches gilt hiernächst von dem Verhältniß 15 : 60. Die Wirkung des Körpers A, 15 = E, ist als synthetische Einheit, gegen 60 = e, gegeben, und steht, wie 1 : 4. Glauben wir nur nicht, daß dieses gesezte 1, (in 1 : 4.) ein ens simplex, oder eine reine unzusammengesezte Einheit sei! Es ist sicher, (wie jede Erscheinung für den Menschen) zusammengesezt, und, wie jede noch so kleine Zeit, fernerhin theilbar. Es kommt in der Categorie der Einheit, als Maas, vor, gegen die Vielheit, 4, wie 15 gegen 60 ebenfalls in

dieser

dieser Categ. der Einh. als Maas benüzt, und blos so als Verhältniß-Gröse gedacht wird. Der Betrag der Zalen-Menge, (ob sie z. B. in der Dekas bleiben, oder nicht,) relevirt desfalls gar nicht. Der Inbegriff der Synthesis ist Einheit, es komme nun 1, oder 15, oder eine grösere Zal vor, wenn diese nehmlich die kleinere Verhältniß-Gröse vorstellt, durch welche die andre, die höhere, (geometrisch) construirt wird.

Nun auch ein Beispiel für den IIten Fall: T : t = E : e. Der Körper, A, soll die nehmliche Geschwindigkeit wirklich besizen, wie der Körp. B, aber die Zeiten ihrer Thätigkeit sollen verschieden seyn. So heist der Saz: Die Effekte verhalten sich, wie diese verschiedene Zeiten. A, läuft die Zeit von 8 Min. B, läuft die Zeit von 24 Min. so werden sich die Räume, E : e, verhalten, wie die Zeiten, T : t; d.h. B wird einen 3 mal so grosen Raum durchstrichen haben, als A, nach dem Verhältniß 1 : 3, welches mit dem: 8 : 24 coincidirt. Diese Behauptung erhält nur dadurch Sinn, daß C = c, oder A = B, in bloser Beziehung

auf Geschwindigkeit, genommen wird, wo offenbar 1 : 1 nichts alterirt; daher auch, wie gedacht, die Gleichung: T : t = E : e mit CT : ct = E : e einerlei hier ist. Es ist also ganz evident, daß auch in diesem Fall blos Zeit-Bestimmung das Verhältniß der Räume verständlich, und für den (messenden) Menschen solche gar ausmache.

Endlich, (III) wenn die Effecte, d. i. hier, die Räume, gleich sind, so verhalten sich die Geschwindigkeiten, (die wirkende Kräfte,) wie die Zeiten, (und umgekehrt) C : c = T : t; wo also E = e, 1 = 1 steht. A und B haben gleiche Räume durchstrichen, in zwei verschiedenen Zeiten; so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten (oder Kräfte in dieser Beziehung,) wie die Zeiten, in welchen sie einen identischgrosen Raum (E = e) zurückgelegt haben. Zeit bestimmt offenbar auch da das Verhältniß, und giebt es einzig und allein uns an.

§. 39.

Schwerer ist die Einsicht der Aufgabe, in welchen keine Identität der Zeiten, od. der

Geschwin-

Geschwindigkeiten, oder der Effecte vorkommt. Wir gerathen damit auf 3 berüchtigte Proportions-Formeln, über deren jede ich nun etwas disseriren mus.

Zuerst dann, über die bekannteste: CT:ct = E:e, wenn nehmlich nicht, wie in den vorigen §§. C = c, oder T = t, od. E = e sondern die wirkende Kraft, hier die Geschwindigkeit, die Zeiten u. Räume von verschiednem Gehalt sind. Z. B. Der Körper A durchliefe vorerst in einer Secunde 3 Fus, der Körper B aber, 4 Fus, so verhielten sich ihre Geschwindigkeiten, wie 3 : 4, und C gälte für 3, c für 4, nach dem 1sten Fall, im vorigen §. C : c = E : e, bei erklärter Identität der Zeit von 1 Sec. Nun aber kommt ein neuer erweiterter Saz! Es wird nehmlich bemerkt: A bewege sich 7 Secunden lang fort, (mit seiner anfänglich. Geschwindigkeit.) B aber 9 Sec. lang, (gleichfalls mit seiner anf. Geschw.) so hätte

A 3 mal 7 Sec. d. i. 3 ⨯ 7 = C ⨯ T, od. CT
B 4 mal 9 Sec. d. i. 4 ⨯ 9 = c ⨯ t, od. ct

zurückgelegt, d. h. A hätte den Raum von 3 Fus 7 mal successiv gemessen, und B den Raum

von 4 Fus 9 mal. Demnach (da der Weg von A, als Effect = E heist, und der von B = e,) verhalten sich E : e = CT : ct, und umgekehrt: CT : ct = E : e; das heist: die Räume, verhalten sich, wie die Geschwindigkeiten, × mit den Zeiten, oder wie die Producte der Geschwind. in die Zeiten. Augenscheinlich fällt hier die obige Identität der Zeit weg, T. u. t. sind verschiedene Zeiten; 7 u. 9, die Geschw. ebenfalls verschieden, 3 u. 4. Das Resultat aber kann gar nicht anders seyn, als wie es in der Formel vorgestellt wird, weil bei diesen Räumen oder Wegen weiter hier gar nichts, als Zeit, in Betracht kommt, sonst kein anderweites Prädicat derselben erwogen wird, und blos die auf den Wegen (E : e) in verschiedenem Maas verstreichende Zeit, gegen einander gehalten CT : ct, den Geist beschäftiget, so daß man auch die Gleichung E = CT uud e = ct dabei zum Grund legt, od. allemal darauf hinauskommt. Diese Wege können wohl noch viele andre Prädicate und Eigenschaften haben; allein die daraus zusammengesezte (discursive) Begriffe derselben gehen uns hier nichts an, und verhelfen bei unserm vorseienden Geschäft zu keinem Erkenntniß; wir müssen **über** diese Be-

Begriffe hinaus gehen, zu den reinen Anschauungen Raum und Zeit, und dardurch erst die Begriffe selbst mathematisch construiren, d. h. E als = CT, und e als = ct darstellen, und so durch Vermittlung der Zeit, als Quanta unter die Categorie der Gröse subsumirt haben, wenn wir uns einer evidenten Erkenntniß dabei rühmen oder erfreuen wollen. Demnach fördert auch hier wieder Zeit zur Erkenntniß von allem andern. Denn was ist das Grundverhältniß zwischen C:c (= 3:4) anders, als die Zeit-Bestimmung, $1:1\frac{1}{3}$, und was anders das zwischen T: t, als die Zeit B. $1:1\frac{2}{7}$, durch deren Synthesis im Product, d. h. durch deren Mltcation, als zweier Zeit-Exponenten, das Haupt-Verhältnis der Räume, (zwischen E: e) mit $1\frac{5}{7} = \frac{36}{21}$, erzeugt wird, offenbar aber also in der Genesis der Vorstellung selbst blos Zeit enthält; und blos so E: e unter die Einh. der Apperception bringt.

§. 40.

Wir gehen nun zu einer andern Formel über: $C : c = \frac{E}{T} : \frac{e}{t}$, und damit zu dem Saz: die Geschwindigkeiten verhalten sich, wie

die Räume, mit den Zeiten dividirt. z. B. wenn A durch 12 Fus (= E,) in 5 Sec. (= T) liefe; B aber durch 7 Fus (= e) in 3 Sec. (= t) so verhielten sich ihre Geschwindigkeiten:

$$C : c = \frac{12}{5} : \frac{7}{3} = \frac{E}{T} : \frac{c}{t}$$

Wie das? Man seze nur alles deutlich in Proportionen aus: A läuft in 5 Sec. 12 F., wie viel in einer Secunde?

Iste Prop. für A: $5 : 1 = 12 : \frac{12}{5} \left(= E : \frac{E}{T}\right)$

IIte Prop. für B: $3 : 1 = 7 : \frac{7}{3} \left(= e : \frac{e}{t}\right)$

Zeit : Zt. = Raum : Rm.

Evident kommt hier abermals, $\frac{E}{T}$ der Raum od. das Raum-Fragment von $E = \frac{12}{5}$ blos als Zeit, in Betracht, und eben so $\frac{e}{t} = \frac{7}{3}$. Es sind 2 Wege, welche, aus synthetisch gleichartigem construirt, gedacht werden müssen, wenn vollkommne Deutlichkeit bei ihrer Vorstellung statt haben soll, d. h. welche unter einen Nenner reducirt, als $\frac{36}{15} : \frac{35}{15}$, zu betrachten sind;

(s.

(s. ob. §. 20) in dieser Darstellung aber in so fern $\frac{36}{15}$ gleichsam der Thätigkeit des Körp. A angehört, $\frac{35}{15}$ aber der Th. des K. B, intuitiv zu erkennen geben, daß sich die Geschwindigkeit des erstern zu der G. des leztern, C : c, verhalte, wie $\frac{36}{15} : \frac{35}{15}$, (od. wie $2\frac{2}{5} : 2\frac{1}{3}$, d.i. $2\frac{6}{15} : 2\frac{5}{15}$, welches eben mit $\frac{12}{5} : \frac{7}{3}$ coincidirt.) Folglich kommt die Evidenz dadurch ins reine, daß ein Weg von 36 Raumtheilch. und einer von 35 Raumth. in Anschauung vorgestellt wird, der Körp. A aber zu ersterem 1 Sec. = 15 Zeittheilchen, in Subdivision, hingegen B zu dem kleinern Raum, dennoch auch 15 solcher Zeittheilchen = 1 Sec. braucht, weil geringere Kraft oder Geschwindigk. in ihm liegt, oder: (umgewandt,) weshalb dann von ihm prädicirt werden kann, er besize weniger Geschwindigkeit, als A, und gerade um so viel weniger, alß 35 geringern Gehalts ist, als 36. (D. h. $C : c = \frac{E}{T} : \frac{e}{t} = \frac{Et}{Tt} : \frac{eT}{Tt}$.)

Wer ersieht nicht hieraus, daß demnach

blos

blos die Zeit-Einheit, 15, = 1 Sec. im Nenner das vorliegende Erkenntniß vermittle, und den Grund der Vergleichung, wenn sie leicht und verständlich seyn soll, enthalte, ja dieselbe eigentlich blos möglich mache. Daß aber 36 und 35, aus synthetisch-angereihten Zeit-Einheiten bestehen, und nur successiv zu den Zalen, die wir vor uns sehen, erwachsen konnten, ist ebenfalls unläugbar. Zuverlässig wird also, auch nach dieser Formel, wiederum nur Zeit mit Zeit verglichen, und das Verhältniß zwoer Geschwindigkeiten kommt demnach blos durch Vermittlung der Zeit, als Grösen-Verhältniß, in Erwägung, und zu apidiktischer Einsicht; (obgleich das Bedürfniß des *äusern* Sinnes, oder des Raums, zu anschaulicher Intuition, als Unterlage, deshalb dennoch immer, ja gar schlechterdings und ganz unausgesezt bindend bleibt, welches hiemit gar nicht geleugnet seyn soll. Vergl. mit S. 288—93. Krit. N. A.)

§. 41.

Die IIIte Formel, welche heißt: $T : t = \frac{E}{C} : \frac{e}{c}$, und den Saz vorstellt:

Die

Die Zeiten verhalten sich, wie die Räume, mit den Geschwindigkeiten dividirt: läßt sich nun leicht, nach obigen Voraussezungen, beleuchten. Man seze das Beispiel so: A durchläuft in einer Secunde 3 Gr. B in gleicher Zeit 4 Gr. Also verhält sich natürlich die Geschwindigkeit des erstern ($C = 3$; $c = 4$, genommen) wie 3 : 4. Nun soll A, mit seiner angegebenen Geschw., 17 Gr. zurücklegen, B aber 23 Gr. ($17 = E$; $23 = e$), so kann nun allerdings die Frage gestellt werden: wie stehen die (gewiß verschiedenen) Zeiten, welche A und B hiezu brauchen, wohl gegen einander? Die Antwort hierauf heißt kurz: $T : t = \frac{17}{3} : \frac{23}{4} = \frac{E}{C} : \frac{e}{c}$. Die Rechtfertigung dieser Formel aber ist folgende: Man seze abermals:

Iste Prop. für A: $3 : 17 = 1 : \frac{17}{3} \left(= \frac{E}{C}\right)$

IIte Prop. für B: $4 : 23 = 1 : \frac{23}{4} \left(= \frac{e}{c}\right)$

Raum Raum Zeit Zeit

und reducire die 2 Brüche unter eine Benennung; ihr Aequivalent wird seyn: $\frac{68}{12} : \frac{69}{12}$ d. h.

$5\frac{8}{20}$

$5\frac{8}{20} : 5\frac{15}{20}$ *) so sehen wir, diese sollen mit einander verglichen werden; der erste Bruch geht A, der 2te B an, und kann gar keinen andern Sinn haben, als bei Annahme einer identischen Zeit, (12,‴ = 1 Sec.) durchstreicht A 68 Raumthl. B aber 69 derselben Raumthl. läuft folglich um so viel geschwinder; Oder: bei Annahme eines aus Gleichartigem synthetisch-construirten Raums, bei welchem für B ein Gleichartiges (in der Erstreckung der Reihe) **) mehr vorhanden ist, als für A, braucht dennoch B zu 69 R.T. nicht mehr Zeit, als A zu 68; läuft also um eben so viel geschwinder, als dieser Unterschied ausweist. Mit andern Worten: die Zeiten, welche beede K. brauchen verhalten sich, abgesondert betrachtet

*) Ich seze diese Brüche blos zur Deutlichkeit, anstatt $5\frac{2}{5} : 5\frac{3}{4}$, weil Mancher in der Eile, bei Ansicht der lezten Bezeichnung, nicht so fort die höhere Gröse unterscheiden dürfte.

**) Folglich kommen eigentlich zwo aus gleichart. Zeittheilchen zusammengesezte Ausdehnungen in Betracht.

trachtet, gegen einander, (T : t,) wie $\frac{68}{12} : \frac{63}{12}$, od. wie $5\frac{8}{20} : 5\frac{15}{20}$ d. i. wie $\frac{E}{C} : \frac{e}{c}$, welches dann auf den technischen Ausdruck hinaus kommt, od. denselben veranlaßt: „Die Zeiten verhalten sich, wie die Räume, mit den Geschwindigkeiten dividirt.“ Damit nun aber recht vollkommen erhelle, daß $\frac{E}{C} : \frac{e}{c}$ ganz aus Zeiten bestehe, steige man in den Proportionen, wie sie vorliegen, progressiv von 1 an, aufwärts. Zuverlässig schliesen sich folg. Vorstellungen an einander: Die Zeit, Secunde, Eins, (im 3ten Glied, = 1) umfaßt, begreift, übernimmt 3 Zeittheile, welche A gleichsam sich zueignet; also wird A, wenn ihm gleich Kraft bleibt, zu 17 solcher Zeittheile, $5\frac{8}{20}$ Secunden verwenden müssen. Bei B umfaßt 1 Sec. 4 solcher fixirten Zeittheile, also wenn 23 dergleichen in Vorwurf kommen, wirds B $5\frac{15}{20}$ Sec. kosten. So sind ja natürlich die lezten Glieder in beeden Prop. blos Zeit, d. h. sie bestehen nur aus

Zeitvorstellungen. Denn die gezeigte Genesis des 4ten Glieds in beeden, beweist zuverlässig rückwärts, (retro), daß auch E u. C allein, so verschieden die Namen auch klingen mögen, dennoch in der Nähe betrachtet, für den innern Sinn, nichts, als Zeit, od. Bestimmungen der Zeit seyn können, weil so bald die Vorstellung von Messen und Begreifen gewisser bestimmter od. bestimmbarer Grösen eintrit, alle Gedanken hiebei, ohne die Gleichung $E = C T$ zum Fundament zu legen, gar keine Haltung oder Bedeutung mehr haben. Wo aber diese Gl. ist, da ist auch regressiv $\frac{E}{C} = T$, und ebenfalls $\frac{E}{T} = C$ *); das mus jeder Vernünftiger zugeben.

§. 42.

---

*) Dieses leztere Zeichen kommt mit dem allgemeinen (reinen) Ausdruck aller Geschwindigkeit: $C = \frac{S}{T}$, dessen man sich in Phoronomie und Mechanik bedient, überein. E wird nemlich in diesen Doctrinen gewöhnlich mit S (d. i. Spatium,) ausgedrückt. Ich habe oben E, als Effect, oder Wirkung, im Entgegensaz gegen C, angenommen, und

§. 42.

Wenn nun die Frage gestellt würde: Der Körper A, welcher bekanntlich eine noch so grose Geschwindigkeit, als B besizt, durchstreicht 105 Gr. in 21 Min. wie viel Zeit wird B zu 155 Gr. brauchen? so seze man nur aus:

C:	c	T:	t.	E:	e
2:	1.	21:	unbek.	105:	155

und denke an die Formel, (nach vorigem §.) $\frac{E}{C} : \frac{e}{c} = T : t$, so ist die Zeit, als 4tes Glied der Prop., sofort gefunden: $t = \frac{eTC}{cE}$ d. h. 62 Min. Auf ähnliche Weise lassen sich nun sehr vielerlei Fragen beantworten, wenn bald die Geschwindigk. des einen Körp. unbekannt ist, bald desselben durchl. Raum. Der Grund ist nun aufgedeckt; Mechanische Exercitien stehen allerwärts.

und muste es dann fortan also beibehalten.— Diese Bemerkung kann übrigens als ein kleiner Commentar zu einer Stelle in Kants M. Anf. Gr. d. Nat. W. s. 10. dienen, wo er eine Zweideutigkeit in Betreff des Worts: Geschwindigkeit: anzeigt, und kurz erklärt, er nehme Geschwindigk. in räumlicher Bedeutung, $C = \frac{S}{T}$, wie wir es auch eben jezt genommen haben.

Dritte Lucubration.

Uber die Categorie der Quantität, und die Construction geometrischer Begriffe insbesondre.

§. 43.

Kants Gedanken über Mathematik und die nächsten Folgerungen, welche er aus der apodiktischen Evidenz mathematischer Säze auf das Erkenntnis-Vermögen des Menschen, und dessen a priori vor aller Erfahrung vorhergehende Begriffe, zieht, sind so wichtig, aber zugleich in einer so originellen Sprache vorgetragen, daß es wohl der Mühe verlohnt, einige Seiten mit seinen eigenen Vorträgen zu füllen, welche ich, wie sie hiernächst folgen, nicht unzweckmäsig ausgehoben zu haben, glaube:

Mathematik gründet ihre Erkenntnis nur auf die Construction der Begriffe, vermittelst der Darstellung des Gegenstandes in einer Anschauung a priori.

Etwas **a priori erkennen**, heißt: es aus seiner blosen Möglichkeit erkennen.

Einen Begriff **construiren**, heißt: die dem Begriff correspondirende Anschauung a priori geben

oder

oder a priori darstellen. (Krit. S. 741.) In Mathematik kann ich mir alles das durch mein Denken selbst machen, (construiren) was ich mir durch einen Begriff, als möglich, vorstelle. Prol. S. 198.

Der Raum ist eine nothwendige Vorstellung a priori, die allen äusern Anschauungen zum Grund liegt. Die Zeit ist eine notwend. Vorstellung a priori, die gar allen Anschauungen (äusern und innern) zum Grund liegt.

Dem Ersten, welcher den gleichseitigen Triangel demonstrirte, (er mag nun Thales, oder wie man will, geheisen haben,) dem gieng ein groses Licht auf; denn er fand, daß er nicht dem, was er in der Figur sahe, oder auch dem blosen Begriff derselben, nachspüren, und gleichsam davon ihre Eigenschaften ablernen, sondern daß er das, was er nach Begriffen selbst a priori hinein dachte, und darstellte, (durch Construction) hervor bringen müsse, und daß, um sicher etwas à priori zu wissen, er der Sache nichts beilegen müsse, als was aus dem nothwendig folgte, was er, seinem Begriffe gemäs, selbst in sie gelegt hatte. (S. Vorr. zur Krit. N. A.)

Geometrie ist eine Wissenschaft, welche die Eigenschaften des Raums synthetisch, und doch a priori bestimmt.

Was mus die

Vorstellung des Raums

dann seyn, damit eine solche Erkenntniß von ihm möglich sei?

Er, (der Raum,) mus ursprünglich Anschauung seyn; Denn aus einem blosen Begriff lassen sich keine Säze, die über den Begriff hinausgehen ziehen, welches doch in der Geometrie geschieht.

Aber diese Anschauung mus a priori, d. i. vor aller Wahrnehmung eines Gegenstandes in uns angetroffen werden; mithin reine Anschauung seyn; (nicht, empirische.) Denn die geometrische Säze sind insgesammt apodiktisch, d. i. mit dem Bewußtseyn ihrer Nothwendigkeit verbunden. (Z. B. Der Raum hat nur 3 Abmessungen;) Dergleichen Säze können aber nicht empirische, oder Erfahrungs-Säze seyn, noch aus ihnen geschlossen werden

Daß der Raum nicht mehr, als drei Abmessungen habe, wird auf den Saz gebaut: daß sich in einem Punct nicht mehr, als 3 Linien rechtwinklicht schneiden können. Dieser Saz aber kann gar nicht aus Begriffen dargethan werden, sondern beruht unmittelbar auf Anschauung, und zwar auf reiner Anschauung a priori, weil er apodiktisch gewiß ist.

Daß der Raum drei Dimensionen habe, daß sich überall darinn Linien ziehen, und Flächen begränzen lassen, ist eben so nothwendig, als die Vorstellung des Raums selbst.

Wie kann aber eine äussere Anschauung dem Gemüth beiwohnen, die vor den Gegenständen selbst vorhergeht, und in welcher der Begriff der Leztern (der Objecte) a priori bestimmt werden kann?

Of-

Offenbar nicht anders, als in so ferne diese Anschauung blos im Subject ihren Siz hat, und zwar, als die formale Beschaffenheit desselben, von Objecten afficirt zu werden, und dadurch unmittelbare Vorstellung, (d. i. Anschauung,) zu bekommen, ihren Siz hat, also nur,

als Form des äussern Sinnes überhaupt.

Diese vorliegende Erklärung macht ganz allein die Möglichkeit der Geometrie, als einer synthetischen Erkenntnis a priori begreiflich. S. Krit. S. 41.

Der Raum, als Gegenstand (Object.) vorgestellt, wie man das wirklich in der Geometrie bedarf, enthält mehr, als blose Form der Anschauung. Nehmlich in Geom. ist Raum — Zusammenfassung des Mannigfaltigen, nach der Form der Sinnlichkeit gegebenen, in eine anschauliche Vorstellung, so daß

die Form der Anschauung blos Mannigfaltiges (giebt), die formale Anschauung aber Einheit der Vorstellung giebt. Krit. S. 160.

Alles was in unsrer Erkenntniß zur Anschauung gehört, enthält nichts, als blose Verhältnisse; V. der Oerter in einer Anschauung, (Ausdehnung,) Veränderung der Oerter, (Bewegung) und Geseze, nach denen, diese Veränderung bestimmt wird, (bewegende Kräfte.) Was aber in dem Ort gegenwärtig sei, oder was es, ausser der Orts-Veränderung, in den Dingen selbst wirke, wird dadurch nicht gegeben. Nun wird durch blose Verhältnisse doch nicht eine Sa-

che an sich erkannt; also ist wol zu urtheilen, daß, da uns durch den ä. Sinn nichts, als blose Verhältnis-Vorstellungen gegeben werden, dieser auch nur das Verhältniß eines Gegenstands auf das Subject in seiner Vorstellung enthalten könne, und nicht das Innre, was dem Object an sich zukommt. (Krit S. 67. vergl. mit S. 147.)

Ich soll in Geometrie nicht auf das sehen, was ich in meinem Begriff (z. B. vom Triangel,) würklich denke (Dieses ist ja nichts weiters, als die blose Definition.) Vielmehr soll ich über ihn zu Eigenschaften, die in diesem Begriff nicht liegen, aber doch zu ihm gehören, hinausgehen. Nun ist dieses nicht anders möglich, als daß ich meinen Gegenstand nach Bedingungen reiner Anschauungen bestimme. Dieses Verfahren heist die mathematische Construction, und insbesondre die geometrische, vermittelst deren ich in einer reinen Anschauung, (eben so, wie in der empirischen,) das Mannigfaltige, das zu dem Schema z. B. eines Triangels überhaupt, gehört, hinzuseze, wodurch allerdings allgemein-synthetische Säze werden müssen. Krit. S. 746.

Da nun Mathematik in ihren Säzen immer über den Begriff zu dem, was die ihm correspondirende Anschauung enthält, hinaus gehen mus, so können und sollen ihre Säze auch niemals durch Zergliederung der Begriffe, d. i. analytisch entspringen, und sind daher insgesamt-synthetisch. Proleg. §. 4. S. 34.

Die

Die Tafel der reinen Verstandes-Begriffe (Categorien) mit welchen Kant den menschl. Verstand, der Form nach, ganz ausgemessen zu haben, behauptet, ist diese: Verstandes-Begriffe, (1) der Quantität nach sind:

Einheit, (das Maas)
Vielheit, (die Gröse)
Allheit, (das Ganze.)

2) Cat. der Qualität,
Realität,
Negation,
Einschränkung.

3) Cat. der Relation,
Substanz,
Ursache,
Gemeinschaft:

4) Der Modalität,
Möglichkeit,
Daseyn,
Nothwendigkeit.

Categorie giebt keinen Gegenstand, sondern bestimmt nur die Vorstellungs-Art; durch sie wird gedacht, was in der Anschauung gegeben werden mag. Krit. s. 299.

Das reine Bild aller Grösen, (quantorum) für den äusern Sinn, ist der Raum; aller Gegenstände der Sinne aber überhaupt die Zeit.

Das reine Schema der Gröse aber (Quantitatis,) als eines Begriffs des Verstandes ist die Zahl, welche eine Vorstellung ist, die die success. Addition von Einem zu Einem (gleichartigen) zusammen faßt. Also ist die Zal nichts anders, als: Die Einheit der Synthesis des Mannigfaltigen, einer gleichartigen Anschauung überhaupt, dadurch, daß ich die Zeit selbst in der Apprehension der Anschauung erzeuge. (Krit. S. 182.)

§. 44.

Meine Betrachtungen über Mathematik und über reine Geometrie insbesondre haben mich folgenden Weg geführt:

Allen Vergleichungen der mancherlei Figuren, welche wir im Raum verzeichnen können, und allen Erwägungen ihrer Entstehung, ihres Gehalts und Unterschieds liegt der Verstands-B. der Quantität zum Grund. Kommt gleich in folg. mathem. Behauptungen: „Alle Nebenwinkel auf einer geraden Linie sind 2 rechten Winkeln gleich; alle Scheitelwinkel sind gleich, alle 3 Winkel in jedem Triangel sind 2 rechten gleich, und betragen 180 Grade;“ u. s. w. gar den Ausdruck: Quantität und Gröse nicht vor, so sezen dennoch die gedachten Theoreme selbst den Begrif von Gröse, und dessen Anwendung im Verstands-Gebrauch, eben bei der Forderung ihrer Einsicht, voraus. Rein gedacht, hilft aber doch dieser Verstandes-Begrif der Gröse, wenn ihm nicht Anschauung unterlegt wird, d. h. wenn er nicht versinnlicht wird, dem Menschen weiter zu nichts. Die Vorstellung von Zusammensezung des Gleichartigen,

welche

welche wesentlich zu diesem Begriff gehört, erfordert immer zu ihrer Empfänglichkeit äussere Anschauung, demnächst aber erhält alle Betrachtung von Quantitäten gegeneinander blos bestimmten Sinn durch Zal, oder durch Zeit-Vorstellungen. Denn successive Synthesis des Gleichartigen erzeugt Linien und Gestalten im Raum, von welchem Umfang, von welcher Länge, und Tiefe sie immer seyn mögen; successive Synthesis aber ist ohne Zeit und Zeit-Bestimmung nicht denkbar Zeit aber ist sinnlich, ist selbst die Form unseres innern Sinnes. Kein Mensch, der über Gröse irgend etwas denkt oder ausspricht, kann sich derselbigen gleichsam entäußern, weil kein Mensch seine Sinnlichkeit, so lange er lebt, ausziehen kann.

Betrachten wir die Figur des Cirkels, im Raum verzeichnet. Wozu würde er uns, als Gröse, dienen, ohne die Zeit-Einheit, welche wir in ihn legen? Wir erzeugen ihn durch Zusammensezung gleichartiger Theile in der Zeit und gebrauchen ihn wenigstens immer, als selbst-erzeugt, den Bedingungen unsrer Construction gemäs. Synthetische Zeit-Einheit

macht ihn uns, als identische Gröse, durchgängig brauchbar. Er sey gros oder klein, wir befassen uns dabei mit einer Vorstellung, mit einer Zeit-Bestimmung; und sezen seine Erzeugung voraus, oder sollten sie doch immer, ja müssen sie auch, (wenn gleich unser Bewußtseyn desfalls oft, wie im Schatten, zurücksteht,) voraussezen, als unser Werk, als (360) synthetisch-verknüpfte Zeit-Vorstellungen, womit wir das Ganze gleichhin, als mit einer vollendeten Reihe, ausgefüllt, oder besezt haben, (wozu aber also allerdings zugleich die Vorstellung für den äussern Sinn, die Verzeichnung im Raum, unabtrennlich gehört.)

Demnach vermittelt Zeit-Einheit die Subsumtion einer jeden Gestalt unter die Categorie der Gröse, und so wird jede Erscheinung im Raum verständlich und vergleichbar, in dem die Zeit sie, als Gröse, versinnlicht. Bei jeder Linie, die wir ziehen, und gegen eine andere halten, oder derselben gleich machen, oder denken wollen, können wir uns hievon überzeugen. Eine und dieselbe successive Synthesis des Gleichartigen, d. i. Zeit-Einheit in der Erzeugung stellt die eine der andern, als Gröse

gleich

gleich-vollendet dar. Diese Vollendung ist, als Zal, ausdrükbar, und steht als solche unter dem Verstandes-Begriff der Allheit, *) als der dritten Function des Denkens (in den Categorien der Quantität) unter welche sie blos mittelst der Zeit, wie gemelt, gebracht wurde.

§. 45.

Für die drei Categorien der Quantität passen, meines Bedünkens, ganz vollkommen, die drei allgemeinen Bezeichnungen:

$\frac{1}{a}$, für die Categorie der Einheit, (als Maas)

$\frac{b}{a}$, für die Categorie der Vielheit, als verknüpfung etlicher Maaße zu einer Gröse in Specie,

$\frac{a}{a}$, für die Categorie der Allheit, oder Totalität.

Wenn

*) S. Krit. d. r. V. §. 11, S. 111. „Die Zahl gehört zum Begriff der Allheit.“ (d. h. Zal für sich vollendet, betrachtet.)

Wenn nicht Rukſicht auf unendliche Gröſen genommen wird, ſo iſt die Categorie der Vielheit, im allgemeinen, immer als Annäherung zu einer gewiſſen Vollendung zu betrachten und als ein Aggregat von gleichartig=Mannigfaltigem, deſſen fortlaufende Syntheſis auf dem Weg zur Allheit unterbrochen worden. *Totalität*, begrenzt gedacht, iſt demnach jedesmal eine vollendete Syntheſis von $\frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{b}{a}$, oder auch, als $\frac{b}{a} + \frac{d}{a}$, vorſtellig zu machen, wenn man unter $\frac{d}{a}$ die Differenz gedächte, welche dem Gedanken jeder im Lauf zur Vollendung gleichſam gehemmten und ſomit *abgeſchnittenen* Gröſe, zunächſt (der Möglichkeit nach,) allemal anhängt. Iſt die progreſſive Syntheſis der Erzeugung nun vorangegangen, und ſo das Ganze aus gleichartigen Theilen conſtruirt, ſo mag hierauf allerdings auch regreſſiv zurück geſchritten, und ſo die Syntheſis vom Ziel aus, herwärts, ganz oder zum Theil, durchlauffen d. h. analytiſch verfahren werden.

§. 46.

§. 46.

Wenn wir uns eine bestimmte (successiv erzeugte) Linie im Raum vorstellen, und mit einer genannten Zal-Gröse ausdrücken, z. B.

$$10 + 5 = 15,$$

in Buchst. $a + b = c$,

so erkennen wir dieselbe fortan für die nehmliche Gröse, wenn wir sie auch umkehren, od. umgewandt irgendwo antreffen:

$$5 + 10 = 15$$

$$b + a = c.$$

Wir können gar nicht anders, der Einheit der Apperception gemäs, in welcher die beeden Vorstellungen, $a + b = b + a$, zusammen treffen; Einheit der Anschauung, und Einheit des Verstandes vereinigen sich bei jedem Fall solcher Umwendung, der Zal nach, das Urtheil der völligen Gleichheit, oder der Berechtigung zu gänzlicher Substitution in Raum und Zeit, hervorzubringen. Die Form unsrer Sinnlichkeit, und die unseres Verstandes nöthigt uns zur Beruhigung in jeder vorkommen-

den Erscheinung gleicher Art, so oft wir uns als Menschen mit Gröse beschäftigen. Kurz, Stellung, Wendung und Umkehrung der nehmlichen Gestalt, verändert nicht ihre Gröse; (noch kürzer:) Lage verändert nicht Gröse. Dieser Saz gilt von allen Zeichnungen im Raume, und selbst von der Zeit, wenn man sich dieselbe als eine Linie vorstellt. Vorwärts oder rückwärts betrachtet, künftig oder verflossen, wir sind einmal an eine identische Zeit-Einheit, wie an Einheit des Raums, durch die Form unsrerer Sinnlichkeit gebunden. Die Fragen weiter-vordringender Neugier: warum dem so sei? liegen uns zu hoch, und müssen unbeantwortet bleiben. Wenn wir auch etwa noch erwiedern wollten: „Was „progressiv-synthetisch gültig ist, oder in „einer Vorstellung zusammengefaßt wird, mus „auch regressiv-synthetisch gültig seyn, oder „auch rückwärts noch eben so zusammengefaßt „werden können!“ — so möchte uns die nehmliche Frage wieder belästigen, und wir stünden dann bei der Antwort auf der nehmlichen Stelle: „Identität des Bewußtseyn, synthetische Einheit der Apperception ist der höchste

ste lezte Punct des Verstandes, auf den wir uns immer schlüßlich, gleich als auf die lezte Aushülfe, berufen, und bei welchem alles weitre Råsonement stille stehen mus. (Krit. d. r. V. §. 16. s. 133. N. A.

Wir können es mit unzäligen Zeichnungen und Gestalten aller Art im Raum versuchen, und aus allerlei Linien und Bögen zusammengesezte Figuren, auf und niederwärts, von oben und unten, rechts und links gewandt betrachten: Orts-Veränderung alterirt nichts, Lage verändert nicht Gröse, bei der nehmlichen Synthesis des Gleichartigen im Raum, die uns Gestalt heist. Die Form unsrer Sinnlichkeit durch die Apperception des Verstandes bestimmt, bringt dieß zuverlässig, a priori so mit sich; es ist nicht künstlich gelernt, a + b = b + a für identische Grösen zu erklären; desgleichen dann auch die Figur: , der Gröse nach, sich selber gleich zu sezen, wenn sie auch umgewendet würde: , und weiter, wenn die kleine Linie, die den Winkel formirt, unterwärts, aber in gleicher Er-

Erhöhung angelegt würde: ——— ,

auf dem nehmlichen Gedanken zu beharren. Nothwendige Gesezlichkeit, die in unserm Gemüth zum Grund liegt, nöthigt uns zu dieser Anerkenntnis. Man kann sich wohl hievon überzeugen, wenn man die bemerkte, und andre runde und eckigte Figuren von Papier schneidet, oder von Holz schnizt, und etwa mit Maasen (synthetisch) bezeichnet. Kein vernünftiger Mensch ist vermögend, nur daran zu zweifeln, ob auch wohl die Totalität der Maase, und ihr Belang überhaupt bleibe, wenn die Figuren bald auf- bald abwärts gestellt, oder gedreht, oder gelegt werden, zu zweifeln, ob auch wohl die Ausdehnung im Raum dadurch verändert würde, wenn derselbe ausgedehnte Gegenstand blos seinen Ort verändert? Ob der Triangel auf der Spitze stehe, ▽, oder auf der Basis ruhe, △, er, derselbe, nimmt nicht mehr Raum ein, wird nicht von grösserem Umfang, befaßt ein identisches Quantum in einem, wie in dem andern Fall, rein betrachtet, sowohl in Hinsicht auf formale reinsinnliche

Anschau-

Anschauung, *) als auch auf die Einheit der Synthesis (des Gleichartigen,) welche blos den Verstand angeht. Jedes Kind und jeder Wilde benimmt sich hiernach; und unsre Vernunft würde gänzlich zerrüttet in ein Chaos zusammen fallen, das uns selbst sogar undenkbar wäre, wenn wir die gedachte Einheit der Vorstellungen wegdrängen wollten, welche eine der ersten Bedingungen der Möglichkeit aller Erkenntniß selbst ist, so weit wir als Menschen nur unsre Begriffe über die Worte: Einsicht und Erkenntniß, treiben können. Die Ueberzeugung hievon führe uns in unsern Betrachtungen über reine Geometrie!

§. 47.

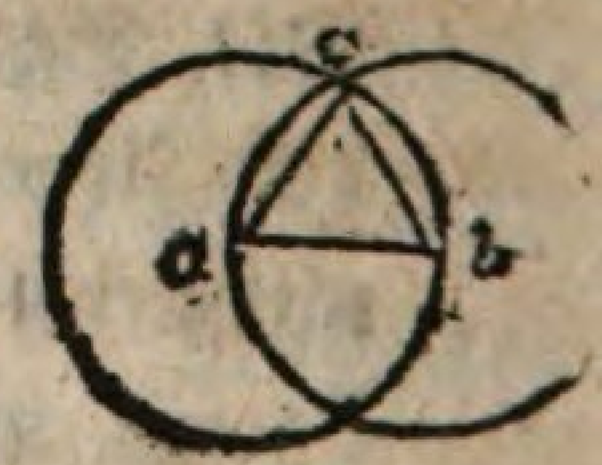
Die Gewißheit, daß in jedem Zirkel die Peripherie überall gleichweit von dem Centrum abstehe.

---

*) Welche zwar blos Sinnlichkeit angeht, aber doch immer mit nothwendiger Einheit gegeben ist. Die Beziehung dieser Einheit auf die Einheit der Apperception, so tief sie auch liegt, ist wol nimmermehr zu leugnen. S. Krit. d. r. V. (§. 21. und 26.) S. 144. und 161.

abstehe, beruht auf der Einheit des Radius, welcher, er stehe oben oder unten, seine Gröse nicht ändert; also darauf, daß ihn Orts-Veränderung doch identisch, denselben, seyn läßt. Wer mag dabei Einheit der rein sinnlichen Anschauung in Abrede stellen? wer die Zeit-Einheit in der Länge? und also zugleich wer, die Einheit der Gröse, welche der Verstand synthetisch erzeugt hat, und, (so viel ich absehe,) bei jedem Radius immer in der Categorie der Allheit denken mus? d. i. als Vielheit des Gleichartigen, in Einheit zusammen gefaßt! (Krit. d. r. V. s. III.)

Euklids erstes Problem: auf einer geraden Linie einen gleichseitigen Triangel zu errichten, findet eben durch Vermittlung dieser Vorstellung seine ungesäumte Auflösung. Er stellt denselben Radius dreimal in der Anschauung dar, zwar in zween Zirkeln, welche aber unsre Vorstellung sofort, als einen erkennt, nehmlich, als den ersten, der nur rechts gerückt ist; und durch diese Orts-Veränderung ohnmöglich etwas von seiner Gröse verloren haben kann, weil ihm der Radius, ab,



geblie-

geblieben ist; welcher auch in dem 2ten Zirkel, oder in dessen zweiten Zeichnung, als derselbe, d. i. von ganz gleicher Ausdehnung, und ganz identischem Werth und Gehalt, wieder vorkommt. Folglich vollendet die Einheit des Bewußtseyns bei der Construction die verlangte Ueberzeugung: ab = ac, und sonach: = bc.

Mit dieser Ueberzeugung ist ganz connex sofort die: Daß jede gerade Linie, und jeder Theil einer Linie als ein Radius angesehen, und von jedem beliebigen Punct einer geraden Linie zween gleiche Radii (in Opposition) angesezt, d. i. die Einheit eines einzigen auf seine Gegenseite herüber getragen werden könne, wodurch, wenn er auf seiner Bahn Spuren zurück läßt, nothwendig die Gestalt des Halb-Zirkels erzeugt werden müsse. Diese 2 Radii, (die also wirklich nur Einer in 2 Oertern sind,) machen das, was Diameter des Zirkels heist, selbst aus. Wörter sollen uns nicht irren. Es ist nur Ein Radius, nur eine Anschauung, (in zwei gleichen Räumen, in einer Richtung hin,) nur eine Zeit-

Einheit, nur eine Gröse. Auch hier (beim Radius,) ist dann Zeit-Bestimmung nicht weg zuvernünfteln; weil successive Synthesis, Aneinander-Reihung des Gleichartigen nach und nach, den Radius, wie die Linie, erzeugt.

Wenn also ein Radius gegeben ist, so ist auch ein halber Zirkel, folglich auch ein Diameter, folglich auch ein ganzer Zirkel gegeben. Die Einheit der Vorstellung des *Halbmessers*, und die Einheit des Acts der Umtragung (aus einem Punct) nöthiget vollkommne Zubilligung ab.

§. 48.

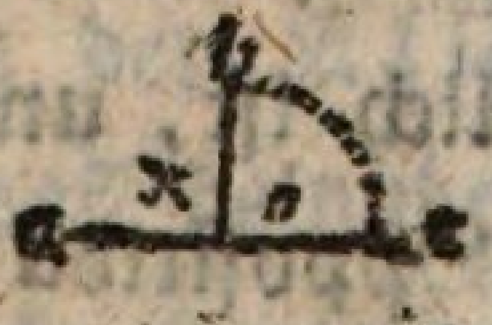
Jede gerade Linie, die sich um einen Punct bewegt, macht, wenn sie die Helfte ihres Wegs zur entgegengesezten Seite vollendet, einen rechten Winkel; und dieser steht allemal in dem Moment fertig da, in welchem sie die Helfte ihres gedachten Wegs erreicht hat. Also auch umgekehrt: so oft ein rechter Winkel vorkommt, kann man sicher annehmen, daß eine Linie die Helfte ihres Wegs,

auf

auf ihre Gegenseite hin, zurückgelegt habe. (S. Den Bogen von a bis b, und unter ihm den rechten Winkel, x.)

Hier ist nothwendige Einheit der Anschauung, Zeit-Einheit für den Sinn, Grösen-Einheit für den Verstand; wovon gar in keinem einzigen Fall eine Ausnahme statt findet.

Was von der einen Seite gilt, gilt auch von der andern; schon die Vorstellung einer Helfte bringt dieß dringend mit sich. Auch kann man ja offenbar den Radius auf der entgegengesezten Seite im Raum seinen Weg von c an, (e contra) beginnen lassen; zuverlässig wird in dem Moment, wann er in der Stelle b eintrift, auch hier der rechte Winkel fertig stehen; (S. die Fig.) Folglich dieselbe Zeit-Einheit, die selbe Gröse o = x vorhanden seyn.



Da dieß streng, allgemein gültig, und, mit unausweichlichem Zwang der Vorstellung verbunden, statt hat, so treffen wir hiemit auf eine Erkenntniß a priori *),

*) S. Krit. d. r. V. § 1. u. 11. der Einleit. in der N. A.

von der sich nicht weiter Rechenschaft geben läst. Die Form der Anschauung, (bei allen Menschen) bringt diese nothwendige Einheit so mit sich, oder die Erscheinung ist einmal der Form unsrer Sinnlichkeit also gemäs, und steht zugleich unter der nothwendigen Einheit der Categorie der Gröse für den Verstand, so, daß sich gar nicht weiter auf etwaige fernere Fragen: warum ist dieß so? antworten läst . . . .

Hieraus fliest die vollkommene Berechtigung: auf jeder ger. Linie zween rechte Winkel anzunehmen, so bald ein Punct in ihr beliebig gewählt ist, weil nehmlich die Umtragung eines Radius jederzeit schlechthin möglich ist, und jede Linie, als ein Radius, in Oppositiou gegen sich selbst liegend, (zweimal in Grund gelegt,) betrachtet werden kann. Mit andern Worten: Auf jeder Linie ist ein Flächen-Raum zweier rechten Winkel, d. i. die Summe von zwo gleichen Zeit-Einheiten anzunehmen, welche demnach auch, als zwo Helften, synthetisch-verknüpft, und als ein Ganzes betrachtet werden können, ja eben,

weil es Helften sind, zu der Befassung unter eine synthetische Einheit nöthigen. Diese konnte der Mensch willkührlich, als Zal-Quantum, bestimmen; er bestimmte sie, als eine synthetische Gröse von 2 mal 90, d. i. von 180 Graden, welche demnach den Flächen-Raum, über jeder gegebenen geraden Linie auf der einen Seite bezeichnen, sie sei, der Ausdehnung nach, so gros, oder so klein, als sie wolle; (Man hätte auch 50 oder 60, als Zal, dafür wälen können, der Bequemlichkeit wegen in vielerlei Zalen-Calkül wälte man klug 180 = 1.) Eine fixe synthet. Zeit-Einheit mußte einmal zu künftigem Gebrauch gewählt werden.

Man bemerkt wohl, daß ich mir den halben Zirkel hier unter der Categorie der Allheit denke, — weil ich finde, daß beinahe in der ganzen Elementar-Geometrie derselbe also benuzt wird; auch allerdings die ganze unendliche Ebene über einer unendlichen geraden Linie (disseits oder jenseits) also erwogen gedacht und gebraucht werden kann, und wirklich gedacht wird. Läst man freilich den Radius nicht nur bis an seine entgegengesezte Seite,

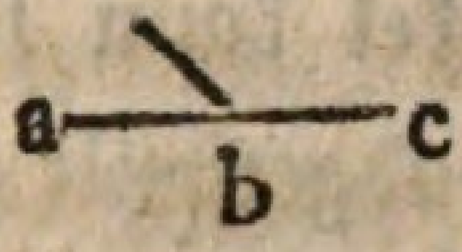
sondern von da auch wieder zurück an die erste Stelle seines Auslaufs fortrücken, so entsteht allerdings der ganze Zirkel von 360 Gr. die ich dann auch, (gleichsam als die höchste synthetische Einheit) = 1 denken, und als den Flächen-Raum von 4 rechten Winkeln in einer Befassung, mir vorstellen kann. Die Ueberzeugung hievon liegt aber schon in der Genesis des halben Zirkels, wie wir sie betrachtet haben.

§. 49.

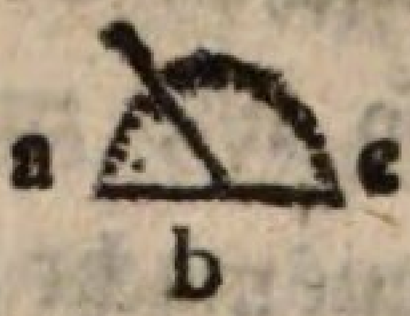
Ohnläugbar können wir jeden rechten Winkel, als das Complementum des andern, oder besser des Flächen-Raums, den der andre hält, ansehen, um die grose Zeit-Einheit, = 180, (d. i. die einmal angenommene Gröse über jeder ger. Linie, = 1,) zu erfüllen; folglich als Ergänzung zur Totalität des halben Zirkels, oder dessen Flächen-Maases. Warum sollte aber diese Vorstellung der Ergänzung blos bei rechten Winkeln haben? Nein! jeder Winkel ist mit seinem Flächen-Raum als Ergänzung der Fläche eines halben Zirkels, d. i. als das noch fehlende Stück zu dessen Complement oder synthetischer Erfüllung anzusehen. Jeder

Ver-

Vernünftige, der Euklids 2tes Postulat,*) daß man jede ger. Linie verlängern könne, einräumt, mus dieß zugestehen. Die Linie ab in

kann man gewiß synthetisch zu abc machen: 

Nimmt man nun in b den Punct zu einem Radius an, so ist zuverläßig die Gröse über der Ebene = 180, (ein halber Zirkel,) die Winkel darauf mögen rechtwinklicht stehen, oder nicht. Ist dann etwa blos $\frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1$? ist es nicht auch $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$? Welcher Vernünftige zweifelt hierüber? Eben so wenig kann die Umkehrung der Figur irren. Lage verändert nicht Gröse; cba ist = abc, und $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$.



In Betreff der Vorstellung: Complement: fände daher natürlich auch die Wendung statt: Wenn der Flächen-Raum eines gegebenen Winkels die Synthesis zum h. Zirkel

N 5

*) Αιτημα β. πεπερασμενην ευθειαν κατα το συνεχες επ' ευθειας εκβαλλειν.

kel anfängt, so ist sicher sein Nebenwinkel zur Seite, als Complement, als Ergänzung der Fläche des halben Zirkels, hiezu zu denken.

Dieser Neben= Winkel kann selbst wieder in mehrere kleinere unterabgetheilt seyn, oder werden; Subdivision ist niemals Abzug, ändert niemals den Umfang der (grosen) synthetischen Einheit, hier der Zeit=Einheit, (180 = 1) so wie zuverlässig $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{3}{9}$ so gut $\frac{9}{9} = 1$ ausmacht, als $\frac{2}{9} + \frac{7}{9}$. (s. oben §. 20. S. 80.) Demnach betragen Nebenwinkel, so viel ihrer seyn mögen, auf jeder geradeu Linie, so viel, als 2 rechte, d. i. im Maas 180 Gr.; weil sie als zurückgelassene Spuren eines *Radius* betrachtet werden können, und ihr Zusammenfluß in e i n e m Punct ihren gesammten Flächen=Raum unter eine Zeit=Einheit verknüpft. Die angenommene Quantität der Ebene über der Linie mus ja beharrlich (identisch) die nehmliche bleiben.

§. 50.

Jeder Scheitel=Winkel ist dem andern gleich, folgt hieraus unerläßlich. Denn jeder ist

ist ja ohnleugbar dasselbe Complement zur Ergänzung der noch fehlenden Flächen = Grade zu 180; oder, umgewandt, wenn mit a b die Synthesis angefangen worden, so mus der Vollendungs = Winkel, oder die

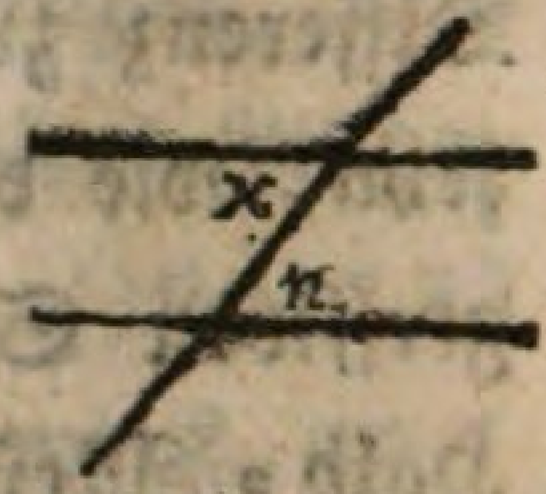
Differenz zur Totalität die nehmliche bei ihm seyn, wie bei c d. Beede kamen in ihrer progressiven Synthesis gleichweit, der Lauf der Halb-Messer war oben und unten an einer Stelle unterbrochen. Noch dringender: ac ist bd selbst, es ist ja nur ein Radius, zu beeden Seiten eines Puncts; Es ist gar dieselbe Linie, nur von a nach b hinauf gerückt; also auch natürlich eben so weit von c nach d herunter; Es ist nur Ein Act, es geht nur ein Ruck vor, es kann gar nur ein Fragment der (grosen) oben gedachten Zeit-Einheit in Betracht kommen. Die Bahn, synthetisch-progressiv, ist ja natürlich mit der synthetisch-regressiven eins! So (denke ich) fallen diese 2 Vorstellungen von 2 Scheitel = Winkel ganz in Einheit der Apprehension und Apperception zusammen. Es ist dieselbe nothwendige Zeit = Bestimmung, (Zeit-Reihe) für den

Sinn

Sinn, dieselbe Gröse für den Verstand vorhanden.

§. 51.

Gleichlaufende Linien, die nie zusammenstosen, heist man: Paralel-Linien *) und wenn dieselbe von einer geraden Linie durchschnitten werden, die entgegengesezten Winkeln innerhalb x und n, Wechsel-Winkel, welche, wie sogleich soll gezeigt werden, jederzeit ganz gleich sind. Jeder Wechsel-Winkel mit seinem Neben-Winkel zur Seite (synthetisch in toto betrachtet,) hat unläugbar den Gehalt von 2 rechten Winkeln (= 180). Gleichen Gehalt hat er mit seinem andern im freien liegenden Nachbar, mit dem Winkel, welcher auf seiner Seite hin offen liegt, d. h. mit dem Wechsel-Winkel seines Neben-Winkels, $x + u$ und $o + n$, auch wieder im Ensemble genommen.



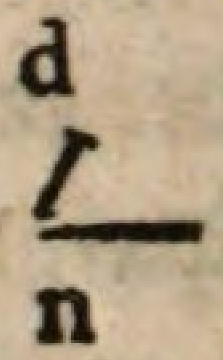
(S.

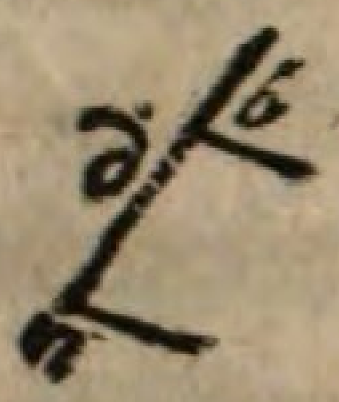
*) Von den verschiedenen Definitionen der P. L. und den daher entspringenden nimmermehr vereinbaren Dissidien s. Büsch. in s. Encyklop. math. W. §. 9. S. 28.

(S. die unten s. 207 stehende Fig.) Trift dieses aber je nicht zu, so sind die durchschnittene Linien keine Paralel-Linien,*) d. h. sie stosen, verlängert, gewis endlich zusammen.

Zur Ueberzeugung von den reichhaltigen Lehrsäzen nun, welche in diesem Anfang der Theorie alle Paralelen vorkommen, und weiter daraus fliesen, habe ich bisher geglaubt, auf fol-

*) Daß Euklid die leztere Behauptung unter seine Axiomen Nr. 11 gesezt hat, als ob sie keines Beweises bedürfte, ist ihm von langen Zeiten her immer verargt, und mehr darüber geschrieben worden, als ich zu allegiren vermag. Besonders haben, seit ohngefehr 10 Jahren, die grosen Männer, Lambert, Kästner, Karstens, Schulz und Hindenburg, gröstentheils hievon Anlaß genommen, über die Theorie der Paralelen sehr interessante Producte, (neue Darstellungen und deren Widerlegungen, oder Bestätigung der alten Beweisart,) bekantlich zu liefern. Welch ein Uebermuth wäre es von mir, den Streit dieser Gelehrten entscheiden zu wollen? – Das sei ferne! Ich verfolge nur meinen einmal gefaßten Gesichtspunct.

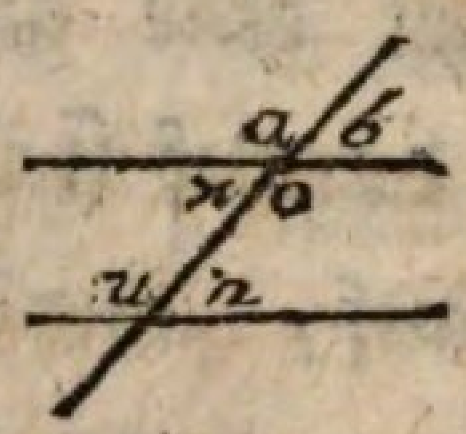
folgendem Weg sicher gehen zu können: Wenn ich die gezeichnete Gestalt  im Raum über sich selbst seze, d. h. den simpeln Winkel n mit seinen 2 Linien, so daß die Linie n d in gleicher Richtung unten u. oben bliebe, d. i. verlängert, in sich selbst wieder hinein liefe, so wäre doch evident n = b; dann b wäre ja eben n selbst.



Das Hinaufrücken kann es doch nimmermehr um seine Gröse gebracht haben. *) Jede Linie kann nun auf jede Seite hin verlängert, also auch die bei b, und die bei n (horizontal) links hin; und jeder Winkel ist, vermittelst dieser in jedem Moment möglichen Construction, als Complement der oftgedachten Zeit-Einheit über jeder Linie =

*) Es ist gar nichts übertriebenes, daß die Einbildungs-Kraft hiebei den untersten Winkel, bei der Transposition, als deutliche Spuren seines erstern situs im Raum zurücklassend, sich vorstelle. Man muthet ihr in Geometrie sehr oft noch viel beschwerlichere Vorstellungen, (Phantasie-Zeichnungen,) zu.

= 180° offenbar anschaulich, und damit evident-denkbar. So entstehen dann die Winkel in der nebenst. Zeichnung, auswärts, und inwärts; und die Folgerung ihrer Gleichungen: zuerst: a = u; Denn warum sollte n weniger Ergänzung zur Totalität seyn, als b? aber auch also umgewandt, warum u weniger, als a? es ist gar nichts anders hiebei', in Beziehung auf Gröse, gedenkbar, als: a mus für dasselbe, identische, Complement zu n, wie zu b geachtet werden. Aber a ist auch Scheitel-Winkel zu o, und also a = o, (nach vorh. §.) demnach auch ist u dem Wechselwinkel o gleich. Eben so, weil b, als Scheitwinkel = x ist, mus auch n = x seyn. Denn n ist ja, nach obigem, b selbst, der innre Winkel immer gleich dem äusern. Und so in allen Fällen, wenn dergl. durchschnittene Paralelen vorkommen, d. h. *alle* Wechsel-Winkel darinn sind gleich. *)

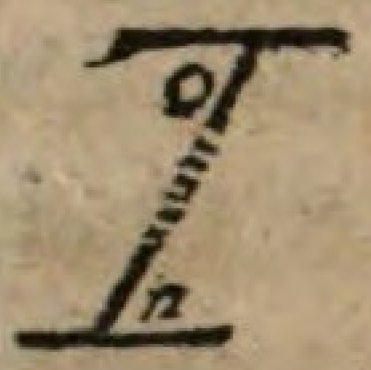


Der

*) Da also alle Wechsel-Winkel, als ein und dasselbe Complement zur Totalität hiemit erscheinen, wie hier n und x, so ist der Ueberzeu-

gung

Der Beweis dieses Sazes fällt noch kürzer und schnell-eindringender auf, wenn man sofort eine ger. Linie mit einer andern beliebig darauf sich neigenden. d. i. mit einem Winkel darauf, annimmt, sodann aber diese ganze Figur umkehrt, und mit bloser Orts-Veränderung oben herunter legt, so daß die sich zum Winkel neigende Linie, verlängert, gleichsam in ihr Selbst zurückfliest. Evident bleibt o = n d. h. die Wechsel-Winkel sind ganz gleich, Lage verändert ja nicht Gröse! Ich sehe gar nicht, was diese Uebertragung nur in einiger Rücksicht erschweren sollte; Sehe aber demnächst also auch nicht den mindesten Anstand, jede 2 Paralelen durchschneidende ger. Lin. unter diese Vorstellung zu bringen. Das Zusammen-Ziehen, oder Anschiften, od. in einander-fliesen-lassen,

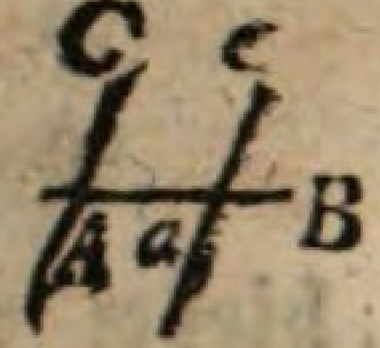


gung gar nicht auszuweichen, daß demnach die 2 innern Winkeln auf jeder Seite hin, x + u (im Ensemble) und n + o, eben so, = 2 R seien. Denn gewis sind doch x + o, als Neben-Winkel = 2 R. Also auch, (da n so viel ist, als x,) n + o = 2 R.

lassen, kann keinen Zweifel veranlaßen, sonst müßte man (eo ipso) damit Zweifel gegen das grose Eukl. Postulat verbinden: daß man jede Linie in gerader Richtung (κατα το συνεχες) fortziehen könne.

Nach dieser Darstellung lassen sich alle hiebei vorkommende Erkenntnisse dem grosen obersten Grundsaz der synthetischen Einheit der Apperception aufs beste anfügen, oder vielmehr unter denselben bringen. Jede von 2 Paralel-Linien fällt mit der andern in einem Bewußtseyn zusammen, eben so auch, dieselbe versehen mit einem synthetischen Anhang, welcher zugleich (in Gesammtheit,) übergetragen, und so, der Identität des Bewußtseyns gemäs, da und dort recognoscirt wird. Uebrigens ist das gleiche Fort-rücken jeder Linie auf- oder niederwärts, rechts oder links, mit allen Theilen, (wovon eben gleiche Paralelen-Distanz die nächste Folge ist,) abermals nicht ohne Zeit-Einheit gedenkbar, welche demnach hier wiederum zwischen Verstand und Anschauung vermittelt. Es mus immer dieselbe Series des Gleichartigen einen Weg zugleich

durchlaufen, d. h. Zeit-Einheit coincidirt mit gleicher Entfernung in der Vorstellung. Ich habe wohl geprüft, was Herr Hofpred. Schulz in s. 2 Abh. über die Theorie der Paralelen, und nach ihm Herr Gänsichen in s. Bestätigung dieser Theorie, (Königsb. 1786.) über das Verschwinden des unendlichen Streifens in der Figur: C A a c, und



über die Einschränkung des Axioms: Das Ganze ist gröser, als sein Theil: differirt haben. Freilich verschwindet dieser sogenannte unendliche Streifen, und mus auch nach meiner Vorstellung ganz in Nichts verschwinden, aber nach meiner Voraussezung darum, weil mir CAa eben caB ist. CAa ist ja nur weiter rechts angelegt, mit Zurücklassung deutlicher Spuren seiner vorigen Stellung. Deßhalb kann und darf auch hier gar nicht der Zwischen-Gedanke irren: caB sei aber doch im Raum ein Theil von CAB, und solle doch dem Ganzen CAB gleich seyn? Denn caB kommt gar hier nicht als Theil in Betracht, weil CAa selbst schon, als Raum und als Gröse, in die Vorstellung von caB zusammen fliest, und blos von der Zeit-Bestimmung

die

die Rede ist, welche die Oefnung des Winkels über A und a zu einem und demselben verständlichen Quantum gemacht hat, indem hiebei nur auf die successive Synthesis des Gleichartigen, in der Zeit, auf dasselben Fortrücken eines Radii, (etwa als ein Bogen-Stück über der Oefnung A vorstellbar,) gesehen wird.

§. 52.

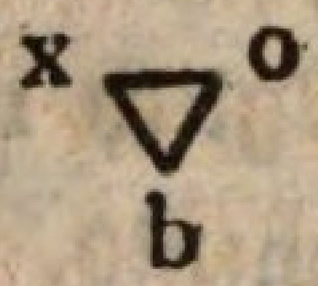
Jeder Wechsel-Winkel mit einem Neben- oder Seiten-Winkel ist also, so wie jeder Scheitel-Winkel mit seinem Complement zur Seite überhaupt zwei rechten Winkeln gleich, (= 2 R.) Wie so aber gleich? Der Gestalt nach? Nein! Die Gestalt: S. 197. vergl. mit den Figg. 203. u. 207. wiederlegte diese Behauptung. Die Striche der Linien, welche in einem Punct zusammen fallen, sehen allzu verschieden aus. Also aus den trocknen Begriffen, von Punct, Linie, und Neigung lassen sich dergleichen apodiktisch-gewisse Säze nicht für sich erweisen. „Man mus daher über die „Begriffe hinaus gehen, sagt Kant, zur Anschauung, und die Begriffe in Raum und „Zeit construiren.“ Diese Ausdrücke haben

für viele etwas unverständliches. So viel aber, dächte ich, mus doch jeder Nachdenkende einsehen: daß allerdings Zeit-Einheit die Evidenz der Behauptung vermittelt, indem die Fläche zweier recht. Winkel, wie die jeder andrer Wechsel- und Neben-Winkel, in Gesamtheit, (in toto) darauf bezogen, und blos so als Quantum erwogen wird, wozu aber allerdings Darstellung im Raum, Zeit-Bestimmung, und Construction erforderlich ist, blose Verstandes-Begriffe von Gröse und Linien aber nicht zureichen. Folglich macht blos Zeit die Subsumtion der verschiedenen Winkel unter die Categorie der Gröse, (und hier namentlich der Allheit,) deren Fundament synthetische Einheit ist, möglich; die Winkel selbst aber, betrachtet, als Aggregate des Gleichartigen, dessen Reihe in der fortlaufenden Synthesis unterbrochen worden, werden in sofern blos in der Categorie der Vielheit gedacht, und kommen erst durch Zusammenstellung, und Befassung, unter die Categorie der Allheit, od. in dieser synthetisch zusammen.

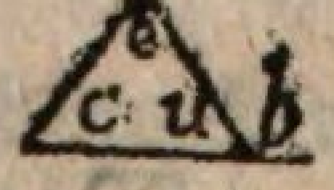
§. 53.

§. 53.

Der Beweis des kleinen pythagorischen Lehrsazes, daß jeder Triangel = 2 R (d. i. 180 Gr. gleich) zu achten sei, ist nun sehr leicht. Man stellt ihn auf die Spize. (Lage verändert nicht Gröse) und zieht durch seinen lezten Punct (b) eine Paralel-Linie mit seiner nun oben herunterstehenden Basis. Gewiß sind a + b + c die Neben-Winkel = 2 R, (nach obigem §. 49.) Daß aber a = x, und c = o sei, (als Wechsel-W.) haben wir erst evident ersehen. Demnach ist auch gewiß x + b + o = a + b + c, d. i. = 2 R.



Sehr stringent fliest hieraus, daß, wenn eine Linie in einen △ verlängert wird, (welche es nur seyn mag,) der daraus entstehende äusere Winkel den 2 entgegenstehenden im △ allemal gleich sei. Dieß ist so gewiß, als, daß z. B. $\frac{2}{3}$ das Complement zur Ausfüllung des (immer synthet. Ganzen, wenn $\frac{1}{3}$ gesezt ist, seyn mus. Dann wenn u gegeben ist, so mus doch ja c + e das



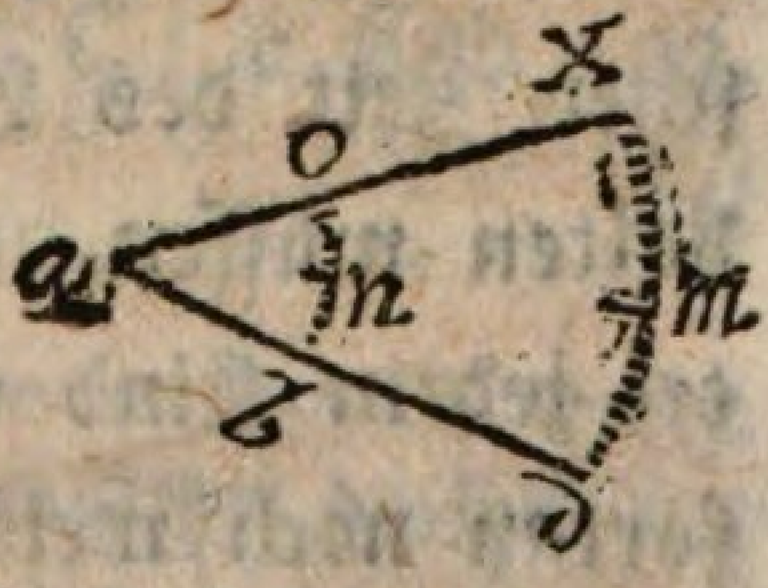
Complement zu = 2 R, (zu 180 Gr.) seyn. Natürlich ist b, als Nebenwinkel, dies doch eben so gut zu v. (Dann b + u ist doch gewiß = 2 R.) Also mus b = c + e seyn; als die nehmliche Differenz zu einer Totalität. Folglich vermittelt Zeit-Einheit auch diese Erkenntnis. Aber, auch noch vor dem Beweis, daß ein j. △ = 2 R sei, läst sich dieses Theor. darthun, wenn man den à. W. b durch eine Linie theilt, die mit c e paralel geht. Denn da ist n = e, als Wechs. W. und m = c, als äuserer dem innern, nach §. 51 Folglich n + m = b = e + b. Und diese Vorstellung bestätigt die Behauptung, daß die Lin. ce, nur rechts getragen, die neue Hülfslinie od. Paralele selbst (in der Vorstellung) sei. Darum dann freilich c = m seyn mus, weil m, als c selbst anzusehen ist.

§. 54.

Wenn man spricht: Alle Triangel sind zween rechten Winkeln gleich, nnd so alle, = 180 Gr. (= $\frac{1}{2}$ Zirk.) so wird durch diese Gleichstellung gar nicht die Bemerkung der ver-

schie-

schiedenen Gröse zweier Dreiecke angefochten, die z. B. so stehen: △ gegen △. Eine längere Linie ziehr sich allemal in einer grösern Ausdehnung hin, als eine kürzere; und so der Bogen, der einem r. Winkel gegen über steht, und 5 oder 6 mal vom Schluß-Punct weiter weg, als ein andrer näherer über eben demselben Punct des r. Winkels steht, begreift sicher einen längern Weg-Raum, abgesondert betrachtet. Bestimmte Vergleichung solcher 2 Bögen, als zweier verschied. Grösen aber wird blos möglich, wenn die ungleich artige Krümmen weggeschaft, und beede Bögen in gleichart. Längen verwandelt werden. Wenn nehml. der Bogen o b, der Erzeugung nach, betrachtet wird, so fällt die Zeit seiner Genesis mit der Zeit der Erzeugung des Bogens; x d, ganz überein, (T = t); Folgl. verhalt. sich die Geschwindigk. wie die Räume, d. h. wenn xd = E, und o b = e angenommen wird, so verhalten sich sodann diese durch Bögen bezeichnete Räume gegeneinander, wie die Geschwindigkeit, mit welcher der Radius z. B. vornen auswärts von x bis m, gegen die, mit welcher er inner-



halb bis an das correspondirende n läuft. Obiges Grundgesez §. 38. wäre falsch, wenn wir nicht zugestehen wollten, daß, um in einer Zeit von x bis m, und von o bis n zu kommen, eine verschiedene Geschwindigkeit erforderlich wäre, da der Augenschein die äusre Raum-Strecke viel gröser zeigt, als die innre. Natürlich mus ja der Körper schneller laufen, der nach Ablauf einer fixirten Zeit (von x aus) zu m anlangen will, als ein anderer, welcher in derselbigen Zeit blos (von o aus,) n zu erreichen hat; natürlich mus der erste z. B. in 1 Min. mehr Raum zurücklegen, als der zweite in ebend. Zeit, so daß damit zwei verschiedene Räume, und zwo verschiedene Geschwindigkeiten evident vorhanden sind, welche, bei Annahme einer identischen Zeit des Ablaufs im Ganzen, sich verhalten müssen, als E : e = C : c. Nun leuchtet jedem Kind ein, daß, wie man den Radius fortan noch weiter verlängert, gewis auch eine zunehmende Geschwindigkeit, im Bogen-Lauf abwärts, gedacht werden müsse, welche immer steigen mus, wie die protensive Länge der Linie, oder des Radius wachsen wird. Diese

Corre-

Correlata kann kein menschlicher Verstand wegdenken. In dem Verhältniß, wie der Bogen zunimmt, hat gewiß die protensive Länge des Radius, *) der ihn beschrieb, zugenommen, und so auch die Geschwindigkeit im Kreislauf!

So, (schliese ich fort) läst sich dann der Bogen in protensive Länge verwandeln, und also die der Erkenntniß hinderliche Ungleichartigkeit in Gleichartigkeit reduciren, folglich in obiger Figur für die krumme Linie xd, die Synthesis der geraden ax, und für ob die von ao erwägen u. vergleichen, und damit auch offenbar C : c gegenüberstellen: a x : a o. Demnach gehen uns die Ausdehnungen, od. die Räume, für Berechnung, d. i. als Grösen, blos in soferne an, als sie = C : c sind, od.

*) Der zeichnende Radius ist aber sicher desfalls als Ursache, der Bogen, als Effect von ihm zu betrachten. Und, so kommen wir auf die ursprüngliche Bedeutung von C und E zurück, und verstehen damit näher, wie Geschwindigkeit, als Ursache, Raum als Wirkung, prädicirt werden könne.

bei Annahme einer identischen Zeit in der Erzeugung der zwei dem Augenschein nach verschiedenen Linien, gelten sie als angeschaute Räume, (E: e), für uns nur in der Vorstellung: C: c, d. i. in der Nähe betrachtet, blos als Zeit-Vorstellungen, und Zeit-Bestimmungen. Denn man gehe nur auf die Synthesis der Erzeugung zurück, und unterscheide den Körper, der E durchläuft, etwa A genannt, von dem andern B, welchen e angeht. Sie brauchen eine identische Zeit zu den 2 verschiedenen Linien; aber kann dann A bis x kommen, ohne a o zurück zulegen? wie mag er aber a o, dieses Fragment für ihn zurücklegen, ohne eine bestimmte Zeit, zu consumiren, d. i. ohne *ein* Fragment der vielbemelten für beede Körp. zum Ganzen angenommenen identischen Zeit; deren Abfluß natürlich mit einem andern Zeit-Fragment für B coincidiren mus, worinn lezterer Körper aber inzwischen sein a o noch lange nicht wird vollendet haben. Folglich kommen hier zuverlässig zwei Zeiten in Erwägung; welches sich selbst in Zeichnung äusserst anschaulich machen läst, wenn man zuerst unter einan=

einanderstellt: a———x, sodann gar ao in
a—o
ax einschiebt: a o x, und bedenkt, daß B in dem Moment, in welchem A in o eintrift, gewiß noch weit zurück ist, d. h. erst ein Fragment von ao zurückgelegt hat. Was ergiebt sich hieraus klärer, als daß also bei der ganzen Frage blos eigentlich das Verhältniß der Zeit ao zu der Zeit ax (= ao + ox) in dem Lauf des Körp. A in Betracht komme, und so würklich nur seine zwo synthetisch-verknüpfte Zeiten gegen einander auf einem Weg erwogen werden. Deren Unterschied, oder Exponent ist also nur eine Zeit-Grösse, welche das Erkenntniß schlüßlich vermittelt, oder durch welche E : e und C : c unter Einheit der Apperception wirklich zu stehen kommen.

§. 55.

Darauf wollte ich nun hinaus kommen, und mußte, wie mich dünkt, darauf hinaus kommmen; Nun erst aber, meine ich, verständlich zu sprechen, wenn ich behaupte: Jene identische Zeit, T = t, im zusammenberechneten Betrag des Ablaufs der Bögen, (oder Linien)

hindre

hindre nicht, demohngeachtet, die 2 Zeiten zu unterscheiden die in C: c versteckt liegen, so oft ich zwo verschieden, grose Weg-Räume, als E gegen e ansehe. Natürlich, wenn festgesezt, und willkürlich angenommen wird: nicht nur eine identische Zeit im Kreis-Umlauf, sondern E soll auch = e, der grösere Zirkel dem kleinern ganz gleich, beede = 360 seyn, natürlich mus auch da C = c mit angenommen werden; Aber diese Vorstellung, (welche ich beinahe blose Hülfs-Idee für menschliche Ueberschauung nennen möchte,) bei welcher blos auf Einheit der Construction, gleichsam auf die einzelnen Acte im Aufbauen gesehen, und von manchen sonstigen Verschiedenheiten abstrahirt wird, wirft unsre Fundamental-Anschauungen, und Einsichten in andern Haupt-Beziehungen, in Vergleichung differenter Räume und Zeiten, doch nimmermehr überhaupt um. Man beherzige deshalb immer folgendes:

Ein sehr kleines gleichseit. Dreiek kann ich behandeln, wie ein groses, es eben so eintheilen, über seine Eigenschaften gleich-passend räsonniren, weil die Construction die nehmliche ist, einerlei Gang hält, oder nach identischen Regeln geschieht.

geschieht. Hier ist qualitative Einheit! Daher die allgemeinen Bestimmungen; was von einem △ gilt, gilt von allen! Hierher gehört die grose Zeit-Einheit: 180° = 2R. Hierher die Gleichstellung des grösten und kleinsten Quadrats = 4 R = 360°: wobei schlechthin E = e, und CT = ct angenommen, und ein fixirtes Quantum über der kleinsten wie über der grösten Linie, disseits und jenseits, bis ins Unendliche gedacht wird.

Ein anders aber ist es, wenn bei diesen Figuren ihre protensive Länge in Betracht kommt, wie durchgängig bei Quadrirung verschiedener Flächen, und Reduction der irregulärsten Trapezien in Dreiecke. Da werden die Gestalten eigentlich quantitativ betrachtet, da wird allerdings das Verhältniß, (bei ident: T = t) beibehalten, als: C : c = E : e, wobei aber, wie dann nun erklärt ist, blos Zeit mit Zeit in Contrast gesezt wird. Die Erstreckung eines jeden Radius, mit Rückblick auf die vorige Länge, die Fortrückung jedes Kreis-Bogens vom Mittel-Punct weiter auswärts, mit Rückblick auf den vorigen Umfang (alle

Entfer-

Entfernung überhaupt in gleichartigen Stufen,) wird also durch den Verstandes-Begriff protensiver Gröse, welchen aber, wie allerwärts *Zeit* versinnlicht, zum Erkenntniß in uns bearbeitet. Das nehmliche mus dann bei Gegeneinanderhaltung zweier Dreiecke statt haben, die wohl gleichnahmig seyn können, in ihren Seiten aber verschiedene protensive Längen tragen; z. B. in den zween, welche durch Trennung eines jeden ungleich seitigen recht winklichten entstehen, nach beigeh. Zeichnung: wo die 2 Dreiecke gewiß, der Construction nach, *ähnlich* sind, u. in qualitativer Einh. nicht nur, als $\triangle = 180$, sondern auch als rechtw. Triangel zusammentreffen, sich aber dennoch durch protensive Länge ihrer Seiten-*Linien* sehr unterscheiden, und allerdings, (wie uns der Augenschein sofort giebt,) gar verschiedene Räume sicher einnehmen. Die nehmliche protensive Gröse kommt überhaupt in Betracht, wenn, (wie so oft geschieht,) durch gezogene Hülfs-Linien Triangel formirt werden, deren vollkommene Gleichseitigkeit man erweist. Wer zweifelt nun wohl daran, daß aus jedem $\triangle$, durch Niederlegung und Anreihung der 3 Linien,

nien, eine *einzige* geschaffen werden könne? und wer an der vollkommen-gleichen Länge einer andern, welche aus der Decomposition eines mit dem erstern vollkommen congruirenden Dreiecks, (regressiv-synthetisch) gebildet worden? Dabei aber doch noch Identität in protensiver Gröse, und hiemit identische Zeit-Bestimmung abstreiten zu wollen, würde blosen Widerspruchs-Geist, oder geflissentliche Logomachie verrathen, bei welcher zu verweilen, mein Beruf nicht ist.

Die folgende 2 §§. werden meine Behauptungen auf das sattsamste gegen alle Einwürfe, wenn je dergleichen erfindlich noch seyn möchten, bewähren.

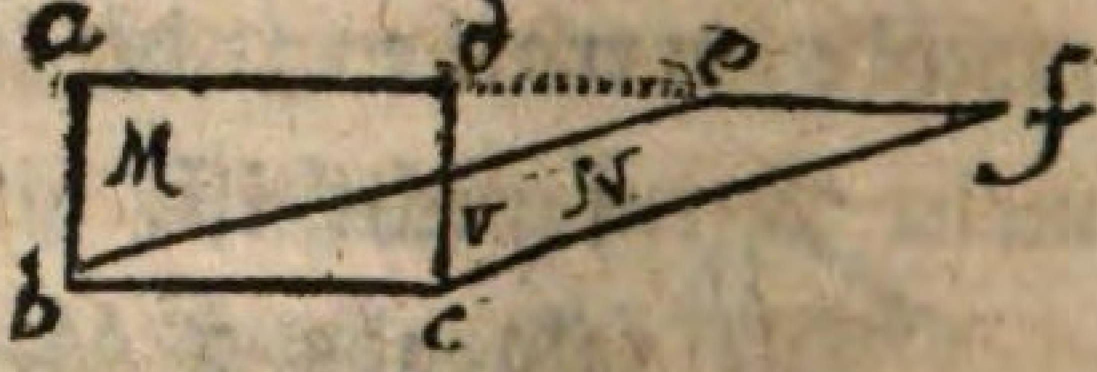
§. 56.

Jedes Quadrat läst sich als ein doppeltgeseztes Dreieck betrachten; und jeder Triangel, auf sich selbst gelegt, formirt ein Quadrat. Diese Synthesis gilt vom vollkommensten □, bis zum Rhomboiden: Ein allgemeiner Ausdruck für alle Vierecke in welchen die 2 entgegenstehende Seiten gleich sind, ist *Paralelogramm*. Der Haupt-Lehrsaz, wel-

cher

cher in Ansehung dieser Figuren vorkommt, heist kundigermasen so:

Alle Paralelogr. die eine Basin, und eine Höhe haben, d. h. zwischen 2 Paralelen beschrieben sind, sind dem Inhalt nach, einander gleich, so verschieden sie auch aussehen mögen. Der Beweis dieses Theorems wäre schnell geführt, wenn sofort mit Evidenz einleuchtete, daß die irreguläre Vierecke, oder die Trapezien *) M u. N einander gleich seien. Man sezte das identische Dreieck bve



beeden bei, so wäre die Gleichung unwiderstreitlich. Allein diese zwei irreguläre Figuren, M und N, haben sehr ungleiche Seiten, (nur eine coincidirt, ad = ef;) und stehen gegen einander, wie zween Brüche von mehrern ganz ungleichen Nennern; Folglich fehlt da gar viel zu einer Synthesis des Gleichartigen, und dessen Zurückführung unter Einheit, d. h. zu verständlicher Erkenntniß, und selbst zur Möglichkeit der gewünschten Vergleichung dieser Figuren,

*) Ich will das Trap. adbv kurz M nennen, und cvef, das andre, N.

guren, als Grösen. Was also zu thun? Hier mus schlechterdings Anschauung zu Hülfe kommen, und blose Begriffe fördern durchaus nicht zum Zweck. Unsre productive Einbildungskraft mus hiebei geschäftig seyn; sie ist aber durch die Stellung der Figuren selbst zwischen den Flächen-Raum zweier Paralelen eingeschränkt. Wie benimmt sie sich nun desfalls? Sie ersieht zwischen beeden Trapezien den kleinen identischen Flächen-Raum, (dev), und ergreift ihn als Complement für M und N, um beede zu gleichseitigen Dreiecken zu ergänzen, wofür sie erkannt werden müssen, weil ab = dc, und be = cf, als Quadrat-Seiten zuverlässig, und so auch die Winkel, a und d, als rechte, gleich sind. Des leztern Behelfs ist man nicht einmal benöthigt, weil die 3te Seite des Dreiecks ade = def seyn mus, indem ja ad und ef, als □ Seiten gleich gegeben sind, de aber zu beeden identisch hinzukommt, und kein vernünftiger Euklids 2tes Axiom, (ἐαν ισοις ισα προστεθῃ, τα ὁλα εςιν ισα,) bezweifeln kann. So erscheinen dann diese zween Triangel in allem Betracht ganz gleich; ja unsre Einbildungskraft kann sich

kaum erwehren, den zweiten nicht für den ersten selbst zu halten. Wenn sie nehmlich das Dreieck, a b c, zwischen den Paralelen rechtshin fortrückt, oder von der Linie a b die zugleich Basis des Dreiecks, und Paralelograms-Seite ist, auf die gegenüberstehende Paralele, d c, sezet, so findet sie es in d c f wieder, und es mus durchaus dahin kommen, wenn es in Zeit-Einheit (gleichförmig,) zwischen den Paralelen fort-bewegt wird; auch in anzustellender Probe sich immer wieder, als dasselbe △ finden lassen. Welches sich in Evidenz bewähret, wenn man durch Decomposition eine Linie daraus formirt = d c f, und eben so mit dem andern Dreieck = abd (regressiv) verfährt, wodurch offenbar zwei Längen von einer und derselben protensiven Gröse in qualitativer und quantitativer Einheit erzeugt werden müssen, die nothwendig in Identität des Bewußtseyns, als Grösen, zusammenfliesen, als gleiche bestimmte Ausdehnungen aber ohne Identität in Zeit-Bestimmung nun und nimmermehr deutlich gedenkbar sind. Siehe da also, durchgängige Synthesis des Gleichartigen, abermals durch Vermittlung der

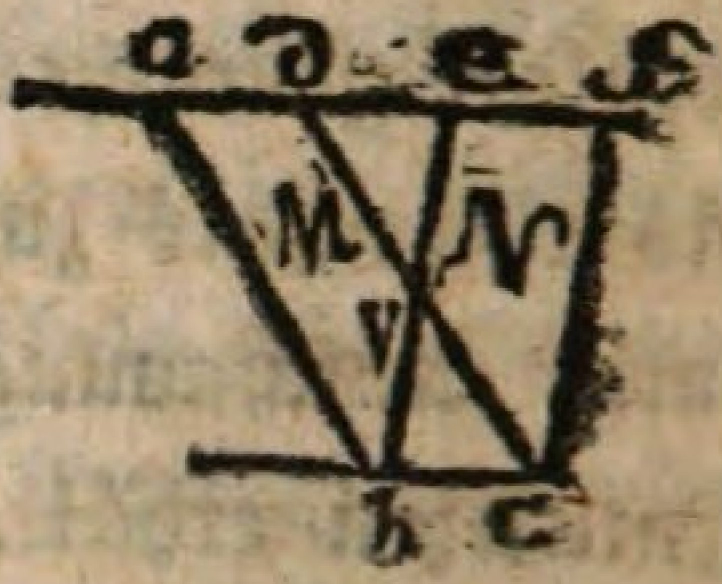
Zeit

Zeit nunmehr zur reinen Einheit der Apperception gebracht! Gewiß fehlt dieser Erkenntnis nun nichts zur vollkommenen Evidenz, welche durch Anschauung des Gleichartigen die höchste Intuition erhält.

Jezt fahren wir progressiv-synthetisch fort, und sezen beeden Dreiecken das identische Raum-Stück bvc, wiederum bei, wodurch sie also (nach eben diesem Axiom Euklids,) noch als gleiche Grösen, dem ganzen Umfang nach, erscheinen müssen. Hiernächst werfen wir, regressiv-gehend, den Hülfs-Raum, dve, der nur ad interim eingeschoben worden, von beeden Figuren, in einem Moment, wieder hinweg, so bleibt nothwendig gleiches übrig, d. h. gleiche Paralelogramme, deren Grösen-Identität in Vorstellung und Bewußtseyn demnach durch diese (resp.) Construction und Destruction erweisen worden, ohne vermittelnde Zeit-Einheit aber, (welche bei den vollkommen-gleichen Dreiecken sich einstellte) nimmermehr bis zu apodiktischer Ueberzeugung in uns hätte gedeihen können.

Damit man sich ganz von der Richtigkeit dieses Räsonnements selbst überführen möge,

so durchlaufe man den nehmlichen Beweiß bei Anschauung nebensteh. Figur. Der Triangel a b e mus abermals zu erst in Betracht genommen, und nach d c f fortgerückt werden; oder dcf ist als derselbe anzusehen. Man entfernt bvc anfangs, und zieht den Hülfs-Raum d v e bei, um gleichseitige Dreiecke zu erhalten. Und so kommt man dann zu der Vorstellung genetisch-gleicher Grösen; und bringt demnach verschiedene Vorstellungen blos auf diesem Weg unter Einheit der Apperception. Ohne Umschaffung der Trapezien in ganz gleichartige Dreiecke, wo also die nehmliche Acte des Verstandes, welche bei dem allgemeinen Geschäft der Reduction unter einerlei Nenner sich äusern, eintreten, wäre folglich diese Erkenntniß nimmermehr bis zur Evidenz zu Stande gekommen. Ich bitte meine Leser sich mit dieser Vorstellungs-Weise vertraut zu machen, und bei dieser Stelle meinen §. 20. nochmals zu beherzigen, welcher vielleicht einer der wichtigsten in meinen Blättern ist.

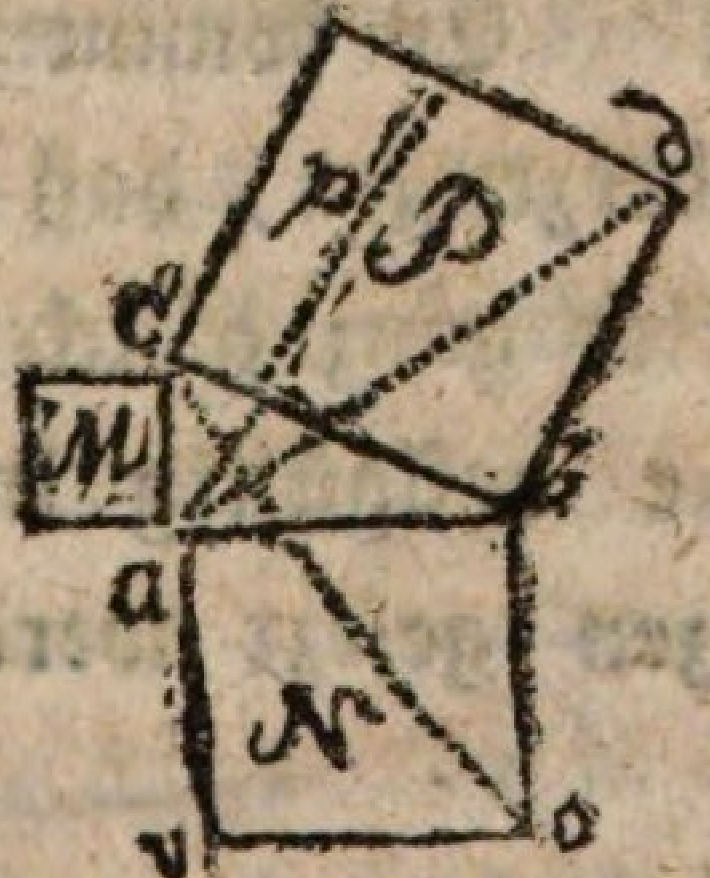


§. 57.

§. 57.

Mit Ehrfurcht nahe ich mich nun dem Monument der Unsterblichkeit des grosen Pythagoras, der Hekatombe, diesem jezt schon über zwei Jahrtausende bewunderten Meisterstück des soliden menschlichen Wizes; und wage es, — auf (bisher meines Wissens) kaum betretenem Weg, mich unter die Differenten über dasselbe zu mischen.

Es heißt bekanntlich: „In einem rechtw. „Triangel ist das □ der Hypothenuse *) so „gros, als die Quadrate der 2 Seiten, die den „rechten Winkel einschliesen, zusammen ge„nommen.“ Geradezu die 2 kleinen Quadrate in das grose hinein zustellen, förderte zu keiner allgem. Evidenz. Man ver-



*) Hypothenuse heist bekanntl: Die Linie oder Seite des Dreiecks, welche dem rechten Winkel entgegen steht. Die zwei kleinern Quadrate heisen auch καθετοι.

verfährt also successiv synthetisch so: Jedem □, (als Paral. Gr. betrachtet) sind zwei halbe Rhomboiden in der Vorstellung gleich zu denken, welche, zusammen gesezt und zwischen gleichen Paralelen laufend, natürlich eine ganze Rhomboide, = □, bilden würden. Solche halbe Rhomboiden sind, wenn Hülfslinien gezogen werden, cbo und abd. Würde die andre Helfte zu cbo ausgezeichnet, (bei c hinaus) so wäre Evident das Aequivalent des □ N, fertig. Wir bedürfen dieser Auszeichnung nicht, weil wir bereits ein Aequivalent für diese (oben, in c fehlende) halbe Rhomboide haben, nehmlich die halbe Rhomboide abd. Es kommt also alles darauf an, sich zu überzeugen, daß diese unserer erstern, cbo, wirklich ganz gleich sei, und demnach für ihre Helfte vollgültig in einer Synthesi zu einem Ganzen gesezt werden könnte. *) Zu dieser

Ueber-

*) Mit Rückblick auf Euklids 7tes Axiom: τα του αυτου ἡμισῃ ισα αλληλοις εϛιν, Dessen propositio conversa also heisen mus:

Wo

Ueberzeugung dringt uns nun die Bemerkung: daß 2 Seiten in diesen 2 Dreiecken und 1 Winkel gleich darinn erscheinen; nehmlich die 2 Seiten sind gleich:

bo = ab } als Quadrat Seiten, an deren
cb = bd }

Gleichheit zu zweifeln, Nonsens wäre; sodann ist der Winkel bei b ein rechter Winkel beederseits, und hat einen identischen Beisaz, (ein gemeinschaftliches Fragment aus dem 3 Eck cab.) Folglich ist seine Synthesis ganz die nehmliche.

Demnach sind diese 2. Rhomboiden zuverlässig das Aequivalent des □ N, und also auch des Paralgrms, P. weil die 2te Helfte zu abd nun schon (notorisch) gefunden ist, d. i. die fehlende *) Helfte der Rhomboide, (bei

„Wo 2 Helften gegeben sind, da ist das το „αυτον, das sie begreift, auch vorhanden, (als „synthet. Einheit.)“

*) . . . Die fehlende erforderliche Helfte nehmlich, zu der ganzen Rhomboide, oder zu dem geschobenen Paralgr. welches zuverlässig P gleich seyn müßte, nach vor. §.

a hinaus vorstellbar;) = c b o, und nicht mehr, seyn kann. Hiernächst kann nun aber kein Zweifel wohl mehr statt finden, wegen der Gleichstellung des andern □, M, gegen P, den Rest des grosen Quadrats. Es ist die nehmliche Construction und der nehmliche Beweis. . . . .

In diesem hohen Kunstwerk des menschl. Verstandes nun, — w a s vermittelt die darinn so glücklich siegende Erkenntnis? Offenbar die halbe Rhomboide, oder, (deutlicher,) die synthetische Verknüpfung der zwo gezeichneten halben Rhomboiden, die als vollkommen-gleichartige Vorstellungen und als d i e s e l b e n Grösen in Identität des Bewußtseyns zusammenfliesen. Genau erwogen, finde ich dann aber auch hier Z e i t - E i n h e i t, als durchgängige Vermitlerin.

Nehmlich die (alles entscheidende) Anerkenntniß der 2 gleichseitigen Dreiecke ist ohne Identität e i n e r protensiven Länge, d. h. einer fixirten Zeit-Reihe nicht gedenkbar. Diese, als Zal ausgedrückt, ist die Helfte des □ N und des Paralgr. P. folglich, synthetisch-verknüpft, ein Ganzes = N, oder = P; weil

zwo

zwo Helften, sie mögen liegen, wo sie wollen, dadurch nichts an ihrer Gröse verlieren. (Dann Orts-Lage verändert nicht Gröse!) Folglich zeigen sich damit P und N selbst einander gleich, als 2 synthetisch-protensive Grösen, gewiß auch als 2 ganz gleiche Linien, als identische Zeit-Bestimmungen, vorstellbar. Also verhalf uns nicht etwa die Definition des Triangels, noch die einer h. Rhomboide, zu dieser errungenen Einsicht, sondern vielmehr zuerst wohl die qualitative Zeit-Einheit, die mit dem $\nabla = 180°$ durch Constr. verbunden wurde, demnächst aber die quantitative Rücksicht auf gleiche protensive Länge in 2 ganz gleichseitigen Dreiecken, welche als 2 verbundene Zeit-Reihen das Aequivalent der Quadrate anschaulich und evident zugleich darlegten, so daß also offenbar durch synthetische Zeit-Einheit d. h. durch bestimmte gleichartige Anschauung, diese vorliegende Gestalten unter die Categorie der Gröse, (der Form unseres Verstandes gemäs,) subsumirt, und sofort unter Einheit der Apperception gebracht worden sind. Diese Zeit-Einh. also ist es unwidersprechlich, welche das Erkenntnis und das zusammengesezte Urtheil: die

καϑετοι seien dem □ der Hypotenuse gleich: vermittelt hat. Sie ist es schlüßlich, welche, auch bei weiterer Fortführung und Benüzung dieses fruchtbaren Theorems, immer mehrere Acte des Verstandes unter einen zurückführt, so daß die verwickeltesten Vorstellungen dem Geometer nach und nach in eine zusammen fliesen, welche ihn nach einiger Uebung nicht mehr beschäftigt, als die Reduction dreier Neben-W. unter die Gleichung = 2R = 180.

Diejenige welche sich öfters über Kants Terminologie, namentl. über seine synthetische Einheit, aufhalten, möchte ich wohl ersuchen, uns mit einem schicklicherm Ausdruck auch bei dem philosophischem Räsonnement über dieses Süjet auszuhelfeu. Das □ der Hypothen. ist uns schlechterdings hiebei nicht blos Einheit, sondern als syntht. Einheit vorstellig zu machen. Es soll und mus, nach dem Verhältniß 2 andrer gesezter Grösen, (der 2 καϑ.) getheilt werden; also ist es blos in der Synthesis P + p brauchbar; deren Uebereinkunft mit den kleinern Quadraten aber wiederum blos erkaunt

erkannt wird, wenn man P, als synthetische Einheit, die 2 Dreiecke, begreift, und eben so N, (desgleichen p = M,) in reiner Anschauung betrachtet. Blos hieraus ist die Nothwendigkeit und Rechtlichkeit aller Hülfs-Linien erklärbar, deren man sich entübrigen könnte, wenn es möglich wäre, Geometrie aus blosen Begriffen zu studiren; und deren rechtlicher Gebrauch aus der synthetischen Natur-Eigenschaft aller Linien und Gestalten und aller Erscheinungen überhaupt, die blos dem Menschen zusammengesezt gegeben sind, von selbst fliest, wechselseitig aber (retro) für die Wahrheit dieser allgemeinen Synthesis aller unsrer Vorstellungen, und alles dessen, was uns vorstellbar ist, sicher zeugt! ....

Hierinn liegt viel! Und kaum erklärt sich in 10 Jahren ein Philosoph hierüber? — Damit schliese ich diese Lucubration!

Vierte Lucubration.

Ueber Continuität in Gröse, Zeit, und Empfindung.

L'obscurité semble s'emparer de nos idées, a mesure que nous examinons dans un objet plus de propriétés sensibles.

d'Alembert.

§. 58.

Es ist ein groser Unterschied unter den zwei Formeln: $d:t = t:e$ und $d:e = (d:t) + (t:e)$. Diese erste drückt eine stetige Proportion aus, in welcher t die mittlere Proportional-Gröse ist, und also immer im Quadrat die Gleichung zu de (nach obigem §. 15.) abgeben mus: $t^2 = de$; in welcher also leichterachtlich auch immer $e = \frac{t^2}{d}$, als 4tes Glied, bestehet, und jederzeit t der □ Wurzel von de gleich ist: $t = \sqrt{de}$.

Das

Das will die andre Formel weit nicht sagen; Ihr Sinn zielt lange nicht auf solche Bestimmtheit. Die Veranlassung zu ihrer Bezeichnung ist folgende: d soll mit e verglichen werden, und steht zuverlässig in einem gewissen nahen oder entfernten Verhältnis zu ihm. Die unmittelbare Vergleichung aber zwischen beeden geht nicht wohl an, liegt entweder versteckt, oder ist, aus irgend einer Ursache, (die wir hier nicht untersuchen wollen, auch vor der Hand auf sich beruhen lassen können,) wenigstens beschwerlich. Dagegen aber kennen wir eine andre Gröse, (t) deren Verhältnis zu d, wie auch zu e, uns ganz geläufig, od. doch leicht-bestimmbar ist; d. h. wir verstehen, was d: t, und was t: e besagen mag. Das kommt uns nun eben recht zu statten, wir benützen sofort dieses t, auch das Verhältnis zwischen d: e selbst einzusehen. Und so erkennen wir dann d: e, wo nicht unmittelbar, doch mittelbar durch t. Folglich vermittelt t unsre gewünschte Erkenntnis. Dieser Erfolg berechtiget dann zu der Bezeichnung $d:e = (d:t) + (t:e)$, eben weil d: e, od. die Einsicht des Verhältnisses d: e, uns nur in soweit gegeben ist, und

ein-

einleuchtet, als wir das Verh. von d zu t, und das von t zu e, (und umgekehrt,) einsehen. Das Zeichen: ✠ deutet also hier keine mechanische Addition an, als ob etwa $\frac{d}{e} = \frac{d}{t} + \frac{t}{e}$ wäre, so wie überhaupt hier das (:) nicht zu einer Verwandlung in Division nach diesem Schlag hin berechtiget; welches klar erhellet, wenn die Formel mit Zalen ausgedrückt wird, z. B 3:60 = (3 : 12) ✠ (12 : 60), in welcher offenbar 12 blos die Einsicht des Verhältnisses 3 :60 vermittelte, wenn man etwa nicht sofort wüßte, oder wissen könnte, wie oft 3 in 60 synthetisch liege, dagegen aber das Verh. von 12 : 3 = 4, und das von 60 : 12 = 5, von andern Anlässen her, ausgekundschaftet, oder längst schon erfaren hätte. Diese 2 Exponenten dann, mit einander multipl. (4 ⨯ 5) sind im Product der wahre verlangte Exponent zwischen 3 : 60; Denn 3 (4. 5) d. i. 3 ⨯ 20 ist = 60, woraus auffallend erhellet, daß hier an keine Zalen-Addition zu denken sei, sondern daß vielmehr Mltcation der 2 Verhältnis-Exponenten zum Zweck führe. Das Zeichen ✠ deutet also hier nur an: es sei die Zusammenstellung zweier

no-

notorischer Verhältnisse nöthig (ratio composita sei erforderlich,) um den Exponenten zu d : e zu finden.

Dieses vermittelnde t (hier t = 12) könnte nun wohl zufällig, wenn etwa e = 48 wäre, die mittl. Prop. Gröse seyn; Allein es ist von derselben gar nicht die Rede, wenn die Formel (d:t) × (t:e) gesezt wird, bei welcher man an keine stetige Proportion denken darf, wenn gleich in dieser auch 2 zusammengestellte Verhältnisse, und in denselben t zweimal vorkommt, welches eben zu einiger Verwechslung wohl Anlaß giebt.

Wir haben nemlich ein viel freieres Spiel mit unserm t, um den Index zu d : e zu finden. Nehmen wir eine Zal für t, welche wir wollen, und sei sie, zur sichern Probe, die beschwerlichste, (z. B. t = 17), so wird doch sicher t : d ($= 5\frac{2}{3}$) × e : t ($= 3\frac{9}{17}$) im Product den Exponenten zwischen 3 und 60 (d; e) darlegen und dieß wird und mus in jedem weiters beliebigen Fall zutreffen, so oft nur die 2 Exponenten erforscht sind, deren Synthesis in Multiplication dann den Ausschlag giebt.

§. 58.

§. 58.

Hierüber ist noch folgende Erläuterung nöthig: Das Verhältnis zu d : t ist gegeben; also kennt man den Exponenten, und die synthetische Construction von t, d. h. wenn wir für den bekannten Expon. zwischen beeden, m sezen, so ist d $\times$ m = t, (so wie 3 $\times$ 4 = 12 war.) Dieß ist allgemein wahr, und wer es leugnen wollte, müßte nur den unsinnigen Saz behaupten wollen, daß ein Verhältniß gegeben seyn, und doch keinen Exponenten haben könne! — Also bleibt die Gleichung t = dm, es möchte auch für t eine Gröse gewählt seyn welche man wolte, weil, wo 2 Grösen gegeben sind, auch ihr Verhältniß, und also *auch* dessen Index, der Exp. mit gegeben ist. Wer dieses erste Datum Euklids anzufechten gedenkt, mag es versuchen! Ich gieng schon oben §. 10. hievon aus, und will keine Worte weiter über die Allgemeingültigkeit dieses Sazes verlieren. Eben dieß mus gelten, wenn, wie angenommen wird, das Verh. t : e gegeben ist; Nennen wir diesen Exponenten, p; So folgt abermals evident, daß tp = e sei. Damit

hätten

hätten wir dann diese synthetische Construction von t und von e. In welcher Categorie kommt also hiebei d und t vor? Offenbar wird d zuerst als Maas, in der Categorie der Einheit benützt, als $\frac{1}{a}$, und synthetisch an sich selbst gefügt, oder wiederholt, d + d + d + d, oder kürzer: d $\times$ m, wo m die Vielheit der Wiederholung anzeigt, die zu der Genesis von t erforderlich ist. Wenn wir nun bei t stehen blieben, so erschiene damit zuverlässig t in der Categorie der Allheit, $\left(\frac{a}{a}\right)$, und erscheint auch wirklich, beim ersten Act des construirenden Verstandes, immer dafür. Allein die Function unsers Denkens ist an diese Bestimmung (der Gröse t zur Totalität,) nicht fortan fest gebunden —, sondern kann vielmehr im nächsten Augenblick eben dieses t selbst, als Maas, in der Categorie der Einheit gebrauchen, um damit eine andre Gröse zu erzeugen, *) d. h. wir können durch synthetische Wie-

*) S. oben §. 38. s. 164. 65. Vergl. mit Kants Krit. S. 128. 29.

Wiederholung von t sofort eine andre Totalität, (hier = e) zu Stande bringen, welche demnach durch eben einen solchen Act des Verstandes construirt erscheinen mus, wie vorhin t selbst. Das: Wie viel mal? der synth. Wiederholung zeigt der Exp. p, an; und es entsteht durch denselben eben tp = e.

So kommt uns demnach t in zwei Categorien nach einander vor; (als $\frac{a}{a}$, und dann als $\frac{1}{a}$). Seine primitive Synthesis trägt es aber doch zuverlässig mit sich (gleichsam in seinem Innern) fort, es mag weiters verpflanzt werden, wohin er will, d. h. ich kann zuverlässig für t p sezen d m p = e. Sehen wir da auf einmal e aus 3 Factoren construirt! eben, wie wir es oben schon erfunden haben, aber nun wohl mit heller Einsicht zu der Ueberzeugung gedrungen, daß es gar nicht anders seyn konnte, daß keine blose Addition der 2 Exp. m und p das Verh. d : e anzugeben vermöchte, und daß in jedem andern Fall, nicht nur in bequemen Zalen, (wenn t = 12 ist) die nun erklärte Erzeugung des Expon. zu d : e also zutreffen müsse.

Wie

Wie vortrefflich kommt uns hier die Kürze des Buchstaben-Calküls zu statten! Sicher wissen wir nun: In jedem künftigen Fall, in welchem keine unmittelbare Vergleichung zwischen d : e statt hat, wohl aber ein t zur Vermittlung gegeben ist, ist der Exponent zu d : e kein anderer, als m p; dessen Gleichung folglich immer heissen mus $\frac{e}{d} = mp = \frac{dmp}{d}$. woraus weiter fliest, daß $t = dm = \frac{dmp}{p} = \frac{e}{p}$; und also auch $p = \frac{e}{t} = \frac{e}{md}$, u. $m = \frac{dm}{d} = \frac{t}{d}$ sei.

§. 59.

Hieraus lassen sich nun viele Proportionen von 4 verschiedenen Grösen, (prop. discr.) bilden, sonderlich aber acht, in welchen d : e die zwei vordern Glieder sind. Diese Zal ist fest (wie ein Ring) geschlossen, wenn man in dem 3ten und 4ten Glied keine andre Grösen, ausser d, t, e, aufnimmt, und sich aller Quadrate enthält. Ich seze sie geflissentlich nicht her, um einiges in diesem wichtigen Süjet eigenem Studium zu überlassen. Man ver-

suche es, nehme bald t, bald m, bald p, *) zum 3ten und dann auch zum 4ten Glied an. Ich habe alle Fälle wohl geprüft; Drei der simpelsten gewannen das meiste Interesse für mich: (1) der, in welchem ich $\frac{d}{t}$ zum 3ten Glied annahm, und im 4ten eine Gröse mit dem nehmlichen Nenner: $\frac{e}{t}$ ersah: $d : e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$

Denn $\frac{ed}{td}$ ist doch gewiß $= \frac{e}{t}$. Durch äquiv. Substitution erscheint diese Formel auch so:

$$d : e = \frac{d}{dm} : \frac{e}{dm}, \text{ und } d : dmp = \frac{d}{dm} : \frac{dmp}{dm}$$

d. h. auch p allein ist das 4te Glied $= \frac{e}{t}$.

(2tens) die hiemit sehr verwandte Proportion: $d : e = t : \frac{et}{d} = d : e = dm : em$.

(3tens)

---

*) Wählt man auch mp (im Product) zum 3ten und dann auch zum 4ten Glied, so kommen 10 Proportionen heraus. Ich nahm aber blos die einfachste Fundamental-Combinationen an.

(3tens,) noch: $d : e = dt : et$, oder $d : e = ddm : edm$.

Ueberall liegt hiebei die ratio composita $(d : t) + (t : e) = d : e$ und der Gedanke zum Grund, daß t das Erkenntniß, und also das mathematische Urtheil über das Verhältniß von $d : e$ vermittle. Der Erfolg wird bald zeigen, daß ich zu meinen Erörterungen gewärtig blos der erstern Formel: $d : e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$ benöthiget bin. Indessen füge ich über alles bisherige noch folgende Bemerkung bei:

§. 60.

Es ist gar nicht schlechterdings, der Form nach, nothwendig, daß, (unsre zusammengesezte Verhältnis-Formel zu $d : e$ einmal angenommen) d, in Zalen, gröser seyn müsse, als e, noch auch daß t durchaus eine mittlere Gröse seyn müsse, damit m p der Exponent zwischen $d : e$ bleibe. z. B. in $90 : 15 = (90 : 75) + (75 : 15)$ sei $t = 75$, so ist $m = \frac{5}{6}$, $p = \frac{1}{5}$, und $\frac{5}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$, welches zutrift. Dann $\frac{1}{6}$ ist der Exponent zwischen $90 : 15$.

Wäre aber t gröser, als d, und als e, z. B. t = 24 in 3 : 14 = (3 : 24) + (24 : 14) so ist m = 8, p = $\frac{7}{12}$ und $8\frac{7}{12}$ = mp = $4\frac{2}{3}$; welches abermals zutrift; Woraus dann zum Ueberfluß erhellet, daß m p durchgängig als Exponent in dem zusammengesezten Verhältnis von d : e sich erprobe, es mag progressiv oder regressiv verfaren werden.

§. 61.

Eilen wir nun über dieses Phänomen mechanischer Arithmetik nicht hinweg, wie es gewöhnlich geschieht! Ein kurzes Nachdenken kann uns auf folgende zwo sehr connexe Bemerkungen führen: (1) Der Exponent in jedem zusammenges. Verh. ist also erstaunlich-mannigfaltig, weil t im allgemeinen jede mögliche Gröse seyn kann. Wenn wir blos bei dem erstern Beispiel, 3 : 60, stehen bleiben, und t, als vermittelnde Zal, gröser, als 3, und kleiner als 60, annehmen, wer möchte alle die Bruch-Grösen aussezen, welche t vorstellen kann? und zwar so, daß jedesmal doch wieder mp als der Exponent zwischen d : e bestehet!

stehet! Jede Zal ist ins unendliche theilbar, so weit des Menschen Gedanken d. h. der Progressus seiner Vorstellungen, reicht (S. Kant. Natur-W. S. 50.) Eben also auch die *Zeit*; deren erstaunliche Theilbarkeit erst neuerlich einige Mathematiker gezeigt haben. Ein Trillion-Theil einer Secunde ist daher gewiß nicht = 0, obgleich für den nicht-hinlänglich-feinsinnlichen Menschen unmerklich. „Verwechslungen von Null mit dem un-„eudlich-kleinen oder dem unmerklichen führen „zu den grösten Absurditäten,“ sagt Lichtenberg.

(2te Bem.) Dieses Zutreffen des Exponenten *mp* in *jedem* Fall beweist einen fliesenden *Zusammenhang* aller Grösen, in allem, was Zal, und Zeit heist, welcher geradezu auf das grose Grundgesez der Natur, auf das Princip der *Continuität* führt, und zwar so, daß man, meines Bedünkens, dasselbe um *etwas* näher auf diesem Weg verstehen lernt, als wenn blos *negativ* erkläret wird: Continuität sei vorhanden, weil kein Theil einer Gröse der kleinmöglichste sei,

Mir scheint nehmlich, daß die Evidenz der Zulänglichkeit des beiahenden Exponenten m p, es mag r so nahe oder so ferne von d und e liegen, als es immer will, die Evidenz der immer hierdurch sicher erreichbaren Gröse e, deren fixe Bestimmung damit gegeben ist, daß diese Evid. (sage ich) den grosen Natur-Nexus der Stetigkeit selbst anschaulich mache, und affirmativ bezeuge, und die Gültigkeit des progressiven und regressiven Verfarens, welche kein Mensch bezweifeln kann, die reinste Probe darüber abgebe. Umständlicher aber kann ich mich auf dies Sujet im Ganzen hier nicht einlassen.

So viel wird man indessen aus dem gesagten, denke ich, sicher entnehmen können, daß auf dem Einverständniß mit diesen Säzen die Anerkennung der merkwürdigen Kantischen Behauptung beruhe: „Daß wir an Grösen „überhaupt a priori nur eine einzige Qualität, nehmlich die Continuität, erkennen!" — und blos diese Ueberzeugung brauche ich zu meinen folgenden Blättern. (Wie diese hier vorwaltende Erkenntnis a priori helfen kann, darüb. vergleiche man ob. §. 49. S. 197.)

§. 62.

§. 62.

Ich schreite nehmlich nun zu einer sehr wichtigen Anwendung. In allem, was wir wissen und verstehen, können wir uns keiner unmittelbaren Erkenntnis rühmen. Jedes Urtheil, das wir fällen, es sey noch so unbeutend, oder noch so wichtig, als es immer wolle, ist blos mittelbare Erkenntnis eines Gegenstands, und, in der Nähe betrachtet, jedesmal Schluß. Alle unsre Einsicht geht durch das Medium unsrer Sinnlichkeit. Wir wissen nicht, was die Dinge in der Welt an sich sind, wir erkennen sie nur, in soferne sie uns erscheinen, der Receptivität unsrer Sinnlichkeit gemäs, d. h. als Erscheinungen. Sprechen und denken wir nur: Das Subject ist so und so! und urtheilen also über die Beziehung zweier Erscheinungen, so denke ich, es hätte gar nicht den mindesten Anstand, im allgemeinen dafür die Bezeichnung d : e zu sezen; und d als Subject, e aber als Prädicat anzunehmen. Zuverläßig ist nun die Beziehung zwischen d : e dem Menschen, nicht unmittelbar bekannt; Er ist an die Vermittlung seiner Sinnlichkeit gebunden, er bedarf immer sein t

zur Aushülfe. Kann er dann wohl je behaupten: „Die Prädicate, welche ich dem Gegen„stand beilege, haben auch ausser meiner „Vorstellung, eben diese Existenz, und eben „dieses Verhältnis zu den Subjecten, das mir „jezt so vorkommt? behaupten: sie gehören den „Dingen selbst so an, seien Bestimmungen der „Sachen an sich; und dafür könne er (schwach„sinniger Sterblicher,) Bürge seyn?“ Wer erdreistete sich wohl, so zu sprechen! Nein! Kein Object ist an sich gegeben, sondern nur als Erscheinung, nur im Verhältnis zu unserm Sinn, nicht d für sich, sondern $\frac{d}{t}$ (od. d:t) Ebenfalls dann das Prädicat, nicht e an sich, sondern $\frac{e}{t}$, als Modification unsrer Sinnlichkeit, als Vorstellungs-Art von uns, Menschen.

So läst sich dann allerdings sezen: Wir wissen von d:e weiter nichts, als in so ferne d:e uns $= \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$ ist; d gilt uns nur in Beziehung auf t, und e desgleichen nur in dieser Mittel-Beziehung. Bei jedem unsrer Urtheile kommt demnach blos die Relation einer Modifica-

tification unsrer Sinnlichkeit neben einer andern in Betracht, und der Gedanke, (das Urtheil, der verdeckte Schluß,) fällt immer so aus, wie die Modificationen der Sinnlichkeit im Verhältnis gegen einander stehen, d. h. $d : e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$. Ich denke, wer den Saz zugesteht: daß unsre Vorstellungen dem Verhältnis, welches unsre Sinnlichkeit zu den Objecten hat, immer vollkommen gemäs seien, müsse auch die Gültigkeit meiner Formel, und meine Deutung dazu einräumen. Was geht uns dann d an, ohne unsre Perception? Mit andern Worten, es geht uns blos, soweit an, als es unsern innern Sinn afficirt, d. i. als $\frac{d}{t}$; eben so die Vorstellung des Prädicats, e, blos, als $\frac{e}{t}$. Man wiederlege folgende zwo Bemerkungen, wenn mans vermag:

Die Iste: Jeder (asserirende) Gedanke behauptet eine Qualität, als zu einem Gegenstand gehörig, od. stellt eine feste Beziehung zwischen einer Erscheinung zu einer andern gegebenen oder gesezten auf. Diese Qualität heist wohl e,

(Name

(Name des Prädicats,) ist aber nichts beweislich für sich bestehendes, noch wirklich dem Object selbst an sich anhängendes, sondern blose Erscheinuug dem Sinn, der sie schon mehrmals synthetisch an verschiedenem Mannigfaltigen, durch Einheit sich auszeichnend, und so sich eindrückend, mus ersehen, und apprehendirt haben; d. i. davon einförmig mus afficirt wordeu seyn; woraus dann der Verstand einen **Begriff** zusammengesetzt und gebildet bat. Folglich ist das Prädicat allemal schon ein Theil unsrer Anschauung, immer schon oft von unsrer Sinnlichkeit recipirt, für uns aber daher, nur so weit gültig, als $\frac{e}{t}$ in uns beträgt. Läßt sich also e nicht auf einen Theil unsrer sinnlichen Vorstellungen zurükführen, so ist es so viel, als nichts für den Menschen; d. h. für seine Einsicht. (Liegt es etwa doch noch ausser der Sphäre seiner **möglichen** Erkenntnis, so bleibt dieß dahingestellt: es geht dann seine gegenwärtige Decision doch gewiß **nichts** an!)

IIte Bemerkung. Es ist der Natur unseres Verstandes, oder der Einrichtung unserer

Denk-

Denkform gemäs, alles discursiv, d. i. durch Begriffe, mithin durch lauter Prädicate zu denken, zu urtheilen, zu schliesen; im technischen Ausdrucke: alle Gegenstände unter Begriffe zu subsumiren. In allen Subsumtionen aber mus die Vorstellung des Gegenst. mit der Vorstellung des Begriffs gleichartig seyn. (S. ob. §. 30. s. 128.) Sonst können gar die Vorstellungen unter Einheit der Apperception nicht zusammen kommen. Nun bitte ich, meine Formel wieder vors Auge nehmen: $d:e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$. Siehe da, die Fundamental-Bedingung aller Erkenntniß ist erfüllt; offenbar durch Reduction unter einerlei Nenner, d. i. unter Gleichartigkeit! und ohne diese, was wäre d : e für uns? d : e, ohne Mittel, ohne Vehikel der Beziehung, was wäre es für den Menschen? . . . . . Jezt lese man nochmals, ich bitte darum, meine Erörterung §. 20. s. 78. oben; die man vielleicht bei der ersten Ansicht, als ziemlich uninteressant, überblättert hat. Zurück-Führung auf gleichartige Anschauung ist unerläßliche Bedingung aller menschlicher Einsicht, und je weiter sie glückt, desto näher gelangt man zu Evidenz; wo sie

gar fehlt, ist sicher an keine apodiktische Helle nur zu gedenken. Wenn man nun hiebei erwägt, daß alle Erscheinungen sich auf das Princip des innern Sinnes, d. i. auf Zeit sich reduciren lassen, und als schlechthin nothwendig in Verhältnissen der Zeit stehen, (sie seien gleich äußre oder innre,) und hiemit die obige Deduction §. 30, wie auch 38 - 41. verbindet, so wird im allgemeinen meine Bezeichnung mit t in $\frac{d}{t} : \frac{e}{t}$ gewiß nach und nach so einleuchtend werden, als es dieses schwürige Süjet, bei welchem so oft schickliche Ausdrücke gebrechen, nur zuläßt. Man verweile hiebei abermals bei der schon angef. Kantischen Definition eines Urtheils: Ein Urtheil ist nichts anders, als die Art, gegebene Erkenntnisse zur object. Einheit der Apperception zu bringen; und verknüpfe hiemit den Abschn. vom oberst. Grundf. aller synth. Urtheile; (sonderl. f. 193.) Ich mus aus dem gegebenen Begriff hinausgehen, um ihn mit einem andern synth. zu vergleichen. Was ist nun aber dieses Dritte, als das Medium aller synth. Urtheile? Es ist — die Zeit, ein Inbegriff, darinn alle unsre Vorstellungen enthalten sind, die Form des innern Sinnes; und vergleiche dazu den Abschnitt vom logischen

logischen Verstandes-Gebrauch überhaupt, S. 93. sonderlich den Haupt-Gedanken: daß kein Begriff unmittelbar auf einen Gegenstand bezogen werde. Wie auch den A. vom Schematism. d. V. s. 182. . . . so wird man daraus urtheilen können, ob ich mit oder ohne Grund meine Vorstellungs-Art behaupte.

Von denjenigen aber, welche, (von der generellen Idee ausgehend, daß Mathematik gar nicht auf menschl. Perception und Empfindung übergetragen werden müsse,) meine Gedanken schlechthin verwerfen, möchte ich wohl einen Commentar, oder eine refutatorische Diatribe blos über folgende Stelle Mendelsohns, (der gewiß kein Kantianer war,) lesen:

„In den einfachsten sinnlichen Empfindungen liegen Ver-„hältnisse und Beziehungen verborgen, die wir wahr-„nehmen müssen, wenn die Masse unserer Erkenntnis „nicht ein Chaos ausmachen soll, darinn sich nicht das „geringste unterscheidet.“

§. 63.

Vielleicht dürfte mir hier jemand vorwerfen, daß ich qualitative Verhältnisse allzusehr mit quantitativen verwechsle. Ich will mich kurz erklären: Kant sagt in s. Vorrede zu

d. Anfg. der Nat. W. „In jeder besondern „Naturlehre werde nur so viel eigentliche Wis„senschaft angetroffen, als darinn Mathe„matik anzutreffen sei;“ und ich erdreiste mich, (ungewiß, ob ich hierinn nicht selbst weiter gehe, als Kant,) zu behaupten: „In jedem „menschl. Urtheil ist nur so weit bestimmte „Erkenntnis, als die Assertionen darinn unter „die Categorien der Quantität subsumirt worden „sind, und quantitativ erwogen werden.“

In Ansehung des Subjects in jedem Urtheil, zeugt für meine Behauptung die allgemein-anerkannte Eintheilung aller Urtheile in einzelne, besondre, (jud. plurativ.) und allgemeine; wo unleugbar die 3 Cat. der Quant. der Ordnung nach eintreten.

In Ansehung des Prädicats aber, beziehe ich mich zuförderst auf Kants Princip der sogen. Anticipationen aller Wahrnehmung: „Daß nehml. in allen Erscheinungen das Reale, „was ein Gegenstand der Empfindung sei, ei„nen Grad, d. i. intensive Grösse, habe;“ und füge demselben folgendes bei:

Alles, was Qualität heist, wird in allen unsern Reden von uns entweder accentuirt,

oder

oder nicht. Accentuirt: wenn wir sprechen: der Berg ist sehr hoch, der Fels ist sehr hart, das Wasser ist sehr trüb, od. der el. Funke war ziemlich stark, od. sehr schwach, u. s. f. Kurz, so oft wir die Gradationen von äußerst wenig bis zu äußerst-viel bemerken, vom minimum bis zum maximum aufsteigen, befassen wir uns mit accentuirten Qualitäten, und (seze ich hinzu) versiren in d. Cat. der Quantität, od. subsumiren unter dieselbe. Die Fluctuanz, wo das Minimum bestimmt anfangen solle, und eben dieselbe über das bestimmbare Maximum, irrt uns freilich, und fällt uns, wegen Vermissung fester Fixirung, beschwerlich. Allein, dessen ohngeachtet, sind die Extrema accentuirter Qualitäten als Endpuncte gewisser Grösen vorstellbar, wo jedesmal auf der einen Seite die Categorie der Einheit, $\left(\frac{1}{a}\right)$ beim möglichen Anfang einer gewissen Continuität eintritt, bei deren Schluß, oder Vollendung hingegen die Grösen-Categorie der Allheit zum Grund liegt; so wie ein mäßiger Accent, der auf irgend eine Behauptung von vorseiendem mittlerem Einfluß auf den Sinn gelegt wird, der Categorie der Vielheit correspondirt.

Spricht man dagegen von einer Qualität ohne sie zu accentuiren, (z. B. die Stadt ist rund, die Rose ist weis, das Leidn. Fläschchen ist mit elektr. Mat. geladen,) so bleibt es dabei immer unausgemacht, unter welche Categorie der Quant. der Gegenst. mit seiner Eigensch. zu subsumiren sei; der Urteiler erklärt sich blos vag und unbestimmt. In der Nähe besehen, mus

aber doch die Eigenschaft, von der er spricht, in einer gewissen Erhöhung oder Erniedrigung, in einer gewissen Stärke oder Schwäche vorhanden seyn; mit andern Worten: das Prädicat, blos als Quantum überhaupt angekündigt, mus doch immer in der Existenz eine gewisse Quantität haben, wie z. B. jeder stumpfwink. Triangel ausser seinem qualitativen Verhältnis gegen einen rechten nicht nur als Quantum allgemein (ich möchte sagen) weitwendig erwogen, sondern auch nach seiner protensiven Gröse, als Quantität jedesmal bestimmbar ist. Man verbinde hiemit folgende Bemerkung: Nach conventionellem Einverständnis wird, so oft allgemein-hin gesprochen wird, gewöhnlich *ein gewisses* Medium, d. i. die Qualität, $\left(\frac{e}{t}\right)$ wirklich in der Categorie der Vielheit, jedoch ohne genaue quantitative Bestimmung, genommen; welches, so lange nicht Irrung oder *Zwist* entsteht, freilich selten bemerkt wird; so *bald* aber nähere Fragen und Zweifel, durch welchen Anlas es nun seyn mag, (gleichsam quæstiones status) erregt werden, gar deutlich erhellet. Denn da erscheint sofort, daß eben das vage Angeben unaccentuirter Qualitäten gar nicht genüge, daß eben diese Vagheit im Ausdruck Misverstand und Streit zur Folge habe, und blos durch Fixirung eines Maases in der Cat. d. Einheit, und nach dieser durch Subsumtion unter specielle Quantität (Cat. der Vielheit) bestimmte Erkenntnis möglich werde; da erscheint gar wohl-bemerklich, daß allerdings die Vielheit $\frac{b}{a}$ nicht mit Allheit, noch

mit

mit $\frac{1}{a}$, als dem Anfang in progressiver Synthesis, zu verwechseln sei. Und dieses bestärkt auch selbst der Sprachgebrauch, wenn man z. B. zu sagen pflegt: „Das heist schon roth, „das ist schon lau, das ist schon etwas hell, „das schon etwas beweglich!“ wo offenbar vorausgesezt wird; „jedes Prädicat habe einen gewissen Umfang, ein Anfang und ein End-Extremum, in des Menschen Vorstellung. Die Verschiedenheit, daß der eine Mensch da das Extremum findet, wo der andre blos mäsige Verstärkung ersieht, beweisen nichts gegen diese Behauptung, beweisen vielmehr für sie, indem sich daraus ergiebt, daß der eine unter die Categorie der Allheit, $\left(\frac{a}{a}\right)$ subsumire, wann der andre erst Annäherung zur Vollendung, in der Categorie der Vielheit, $\left(\frac{b}{a}\right)$ sich vorstellt; woraus nothwendig fliest, daß demnach doch in der prädicirten Qualität, $\left(\frac{e}{t}\right)$ eine gewisse Quantität liegen und mit derselben (ob wohl versteckt) gegeben seyn müße, welche, wo anders? als ... in $\frac{1}{a}$ beginnen, und in $\frac{a}{a}$ schliessen wird. Falls ich mich nicht sehr betrüge, dürfte deshalb folg. Bezeichnung nicht unschicklich seyn, um die Gradation der Empfindung bei jeder namentlichen Qualität ausdrücken: Da, wo, und wann der Sinn zuerst einer gewissen Eigenschaft (im Minimum) empfänglich würde,

 liese

liese sich sezen: $\frac{e}{t} \times 1$: Weiter folgte: $\frac{e}{t} \times m$, d. i. $\frac{em}{t}$, die Vielheit, (in Verstärkung,) und dann: $\frac{e}{t} \times M$, d. i. $\frac{eM}{t}$, das höchste, das die Sinnlichkeit von dieser Qualität aufnähme, od. ertrüge; (der Cat. der Allh. correspondirend.)

Auch hier vermittelte Zeit die Deutlichkeit der Empfindung, wenn blos nahe hin bemerkter Unterschied je diesen Namen verdienen kann. Beispiele hierüber kurz hinzuwerfen, ist mislich, wenn man nicht Muse hat, sich umständl. darüber zu erklären. Exemple sert, exemple nuit aussi! sagt la Fontaine. — Eines aber von Musik hergenommen, will ich doch berühren: Ein Ton z. B. f in der untersten Tiefe zum ersten mal hörbar, wäre $\frac{e}{t} \times 1$; Derselbe, in den mittlern Octaven, (in der Categ. der Vielheit) $\frac{em}{t}$, und in seiner äußersten Höhe, $\frac{eM}{t}$, für den Sinn, $\frac{a}{a}$. Eine höhere Spannung zu einer höhern Octave litte die Saite nicht, sie spränge; od. der Sinn recipirte nicht mehr; die Saite schwänge zu schnell. Folglich entschiede auch hier das wie viel mal? der Wiederholung, die Menge der wiederkehrenden Synthesis von einerlei Art in Zeit-Einheit. Die verschiedene Geschwindigkeit im Anstos od. Impuls an einem und dem-

sel-

selben Ort der Sinnlichkeit, in ganz gleicher Zeit, bestimmte die Accentuation der Qualität der Höhe od. Tiefe des Tons, der immer f hiese, aber in Baß, Tenor und Discant doch anders accentuirt würde. Stellt man sich dabei die Bewegung der erschütterten Luft cirkelförmig vor, so könnte entw. der nehml. Raum identisch angenommen werden, der aber nur von f verschieden oft durchlauffen würde, je nachdem die Saite im Baß od. Discant f schwänge, oder ein verschiedner Raum, aber dagegen Zeit-Einheit, in der Vollendung, so lange die Ton-Qualität, die da f heist, bleiben würde. — Und so kämen wir wieder auf unser Grundgesez hinaus, CT: ct = E: e, in welchem wir, aber nach ob. §. 39 blos Zeit, als vermittlerin, ausgespäht haben. . . . Ich bin weit entfernt hier Hypothesen auszukramen. Das Beispiel ist blos percursorisch gesezt, um meine Behauptungen in der Haupt-Sache einleuchtend-verständlich zu machen. Was von einem benannten Ton in Musik gilt, gilt von jeder prädicirten Qualität, die einen besondern Namen führt, und durch Wort-Bezeichnung (significativ) unterschieden wird, gilt von allen Farben, von allen Arten des Geruchs, Geschmacks und Gefühls. „Das Mannigfaltige mus unter eine Benennung gebracht seyn!" ist auch hier oberstes Gesez der Verständlichkeit; sonst ists ja gar nicht möglich seine Empfindungen andern auch nur einigermasen mitzutheilen, und (wie man spricht) sich darüber deutlich zu machen od. zu eclairciren. Was also in Arithmetik Reduction unter einerlei Nenner intendirt, das intendirt, und erzielt auch

im allgemeinen das Geschäft des Verstandes, (in Rüksicht auf Qualität,) durch gleich-benannte Prädicate zu denken, und sich damit wechselseitig zu verständigen. Erst nach Voraussezung dieser qualitativen Einheit ist genaue Bestimmung durch Quantität, den 3 Categorien gemäs, möglich, d. h. Zeit-Bestimmung protensiver Gröse, welche, meines Bedünkens, auch im kleinsten Moment successiv ist.

§. 64.

Allein hier kommen wir eben wieder auf unsre obige Continuität zurück! *) So wie jede Zal in unzäligen Brüchen bezeichnet werden, und von jeder Gröse zu einer andern, wenn sie beede auch noch so nahe zu liegen scheinen, (von $\frac{2}{5}$ zu $\frac{3}{5}$) in unzäligen kleinen Stufen fortgeschritten werden kann, eben so lassen sich in dem Uebergang von jeder Qualität zu einer andern unzälige Stufen, und eben so bei jeder allgemein benannten Qualität selbst unzälige Unterab-

*) Ev παροδω noch! So weit mein Blick reicht, glaube ich einen verstärkten Grund für die Richtigkeit meiner Formel $d : e = \frac{d}{t} : \frac{e}{t}$ auch darinn anzutreffen: Nenner und Zäler müssen in jedem statthaften Bruch gleichartig seyn; hier ist aber offenbar in t, (dem Nenner) Continuität, wie in aller Zeit, und in der prädicirten Qualität, dem Realen der Empfindung, d. i. in dem Zäler, e, nach bisherigen Erläuterungen, ebenfalls Continuität; Somit wird die Rechtlichkeit der Stellung auch in dieser Hinsicht einleuchtend.

abtheilungen gedenken, welche in jedem Prädicat, wenn von fixirter Bedeutung die Rede ist, unübersehlich-viele Constructionen der bestimmten Gröse, (Stärke des Einflusses auf den Sinn,) von welcher just in substrato jedesmal die Frage ist, zulassen. Die bekannten Säze: non datur saltus, non datur hiatus in natura, lassen sich daher auf die Bemerkung bei jeder Grösen-Erzeugung zurückführen, daß solche an kein bestimmtes, t, als Mittel-Factor, gebunden ist, sondern, daß dasselbe allerwärts liegen könne, und dennoch progressiv oder regressiv durch irgend einen Exponenten immer sicher zu e führe.

Aber der menschliche Verstand bedarf gleichnamige Demarkationen, um Helle in seine Empfindungen zu bringen, und seine Perceptionen zu ordnen. Daher ist Sinnlichkeit für unser Erkenntnis entweder ganz und gar ein Chaos von durchgängiger Zerrüttung und anomalischer Mischung, oder eine grose synthetische Zeit-Einheit, in unzälichen Brüchen vorstellbar, deren jeder, mit einem gewissen Nenner, eine Qualität, als ein Quantum, ausdrükt, (überhaupt etwa $= \frac{x}{t}$,) zu welchem aber der Zäler verschieden ausfällt, je nachdem die Qualität accentuirt, (d. h. als Quantität angedeutet, und, so viel möglich, bestimmt,) wird. In wie weit hiebei nun aber allerwärts die Grösen-Bestimmung blos durch Approximation thunlich sei, darüber erkläre ich mich zu andrer Zeit. Wollte ichs hier thun, so erwüchse diese Lucubr. zu einem Buch für sich. . . . .

Ich

Ich concentrire viele Gedanken zum Schluß in einigen Haupt-Resultaten meiner Erforschungen:

1) Die Modificationen unsrer Sinnlichkeit halten mit der unendlichen Theilbarkeit der Zeit gleichen Schritt, oder correspondiren derselben.

2) Die Sinnlichkeit des Menschen schwingt, wie eine Saite, in Zeit-Verhältnissen, in welchen Quantität ist, von jeher war, und bleiben wird.

3) Der sinnliche Mensch wird in dem Moment, in welchem er empfindet, selbst die Vorstellung, das Prädicat, $\frac{e}{t}$, Fragment der Zeit ......

* * *

Was ich weiter auf diesem Weg ausgespäht, und über die zweite Kantische Categorien-Classe, wie auch über die 3te durchhin eruirt habe, ruhe bei mir bis zu seiner Zeit. Aspicere oportet, quod possis *deperdere*! warnt mich ein weiser Alter, so oft ich eilfertig mit *einer* fernern Diatribe über diese abstruse Gegenstände, die an der Grenze des menschl. Verstandes liegen, hervorfaren will!

Bayerische Staatsbibliothek München

X XI.88

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schübler, Christian Ludwig,

Versuch, der Einrichtung unseres Erkenntnisvermögens durch Algeber nachzuspüren (Durchgehends mit Rücksicht auf die Kantische Philosophie)

Leipzig 1788

Math.p. 514
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082781-1
VD18 10623124